

行政院原子能委員會
委託研究計畫研究報告

跨孔式三維水力探測試驗及參數分析技術研究
**Investigations of cross-hole hydraulic tests in estimating aquifer
properties**

計畫編號：1022001INER005

受委託機關(構)：國立中央大學

計畫主持人：倪春發

聯絡電話：03-4227151#65874

E-mail address：nichuenf@gmail.com

核研所聯絡人員：陳建泰

報告日期： 102 年 11 月 12 日

目 錄

目 錄	I
中文摘要	1
ABSTRACT.....	2
壹、計畫緣起與目的	3
貳、研究方法與過程	5
參、主要發現與結論	24
一、尖石井場實驗結果	20
二、輔英科技大學實驗結果	21
三、實驗結果分析與討論	24
肆、參考文獻	24

中文摘要

無論是小尺度揮發性油污染清除或較大尺度放射性廢棄物儲存與追蹤等問題，都需要足夠的含水層參數如水力傳導係數等空間分布狀況，作為預測與工程設計之依據。由過去的研究及現地經驗顯示，精確地描述孔隙介質異質性及強化量測能力上的不足，是提高預測準確度及工程效益的首要問題；亦即，透過有限的量測數據：(1)考慮天然含水層的異質性，(2)彌補資料點的不足及界定資料點不足或地質參數異質性所造成的推估不確定性，(3)整合空間上不同位置觀測數據以提高觀測數據的效益，以及(4)規劃高效益的新量測點位置及資料型態以取得最佳的含水層參數資訊。根據以上的目標，本研究主要目的乃透過數值及實驗方式建立、測試及驗證一個跨孔式水力探測參數分析技術，推估二及三維空間中含水層的水力傳導係數分布。本研究之成果將有助於強化高解析度水力試驗及參數推估技術，透過試驗及模式分析可瞭解異質性含水層的流動與傳輸特性，並量化異質性與觀測資料點不足在預測污染傳輸時所引入之誤差。

Abstract

Sufficient measurements of aquifer properties such as hydraulic conductivity and/or storage coefficient play important roles in predicting flow and contaminant transport. Previous investigations have recognized that the detailed distributions of hydraulic conductivity can significantly improve the accuracy of flow and transport predictions. These predictions therefore are the key components to enhance the capability and efficiency on the site characterization and remediation. To obtain high resolution aquifer properties, the following important issues relevant to hydraulic tests must be resolved: (1) how detail the aquifer properties are considered, i.e., the capability to consider the heterogeneity of aquifers, (2) how to evaluate the uncertainty that are caused by the natural complexity of aquifers, (3) how to integrate the information from hydraulic tests in order to obtain high resolution hydraulic properties, and (4) how can one evaluate efficient procedures for additional wells or hydraulic tests to improve the resolution at sites. Motivated by the proposed issues the objectives of this study are to develop, test, and validate a cross-hole hydraulic test to estimate 2- and 3-D distributions of aquifer parameters with higher spatial resolution. The results of this study are expected to contribute to the developments of hydraulic test techniques and the associated estimation models for heterogeneous aquifer systems. Additionally, the behaviors of flow and transport and measurement uncertainty in heterogeneous aquifers will be discussed.

壹、計畫緣起與目的

地下水是大自然中珍貴的水資源之一，隨著時代進步與發展，農業工業與民生用水需求都隨之大量增加，藉由地下水資源的開發有助於解決水荒的問題，然而，若缺乏地下水質水量的控管，將造成永久無法彌補之破壞，例如超抽地下水造成地層下陷，海水入侵土壤鹽化，農業活動及工業廢水使得水源補注區受到污染等問題，由於地下水循環自淨周期長，一旦遭到破壞則復育艱難[Schwartz et al., 2003]。因此，有效規劃地下水資源相當重要，如何保持及維護地下水資源形成了現今關注的重要議題，其中地下水文參數與含水層特性可提供地下水問題研究時非常重要的資訊。

水力傳導係數與比儲蓄係數等含水層特性參數，是影響地下水流動，地下水污染及地下工程開挖的重要含水層參數。多數的水文地質調查工作都是為了能夠清楚地描繪出含水層參數在空間上的分布特性，藉以提供實際應用如工程設計以及地下水流動或污染評估良好的參考依據。對於水文地質參數在空間上分布的結構特性知道地越詳盡，則對於地下水流動及溶質傳輸行為將可更準確的推估。然而，傳統的抽水方法以及分析方法，如單井的微水試驗(Slug test)與複井抽水試驗，對於清楚地描繪含水層異質性及水力參數是非常的困難。微水試驗通常只能求得井篩周圍的水力傳導係數值，複井抽水試驗則得到觀測井與抽水井間平均水力傳導係數值[Theis, 1935; Cooper and Jacob, 1946]，但無法清楚得知水文地質參數在異質性含水層空間上的分布狀況。

近年來發展的水力剖面探測方法(Hydraulic tomography survey)[Yeh,1992.; Yeh, 1998; Butler and Liu, 1993; Wu, et al., 2005;

Gottlieb and Dietrich, 1995.]，使用跨孔式抽水試驗，藉以獲得多組抽水反應數據，並配合現地含水層資料，例如鑿井岩芯紀錄求得之水力傳導係數與靜水壓力等，透過資料點在空間上位置結構特性，以及抽水試驗造成之含水層系統反應，反推估水力傳導係數值在空間上的分布情形。本研究最主要的目的為使用水力剖面探測方法，利用 SSLE(sequential successive linear estimator)模式[Yeh, 1992]，進行現地尺度之模擬與推估，使用現地跨孔抽水試驗數據與條件，推估異質性含水層水力特性參數在空間上的分布情形，並評估此模式應用在現地尺度下的準確性與可行性。

貳、研究方法與過程

本研究預計之工作項目分別如下：

1. 參數推估模式回顧、評析與測試
2. 跨孔式水力試驗規劃設計
3. 跨孔式多深度水力試驗執行及數據蒐集
4. 含水層參數推估模式建立
5. 試驗尺度參數推估、分析與驗證

各工作項目之工作流程及執行步驟繪如圖 1，透過圖 1 可以說明本研究執行方法及進行步驟，其中各項工作分項概述如下：

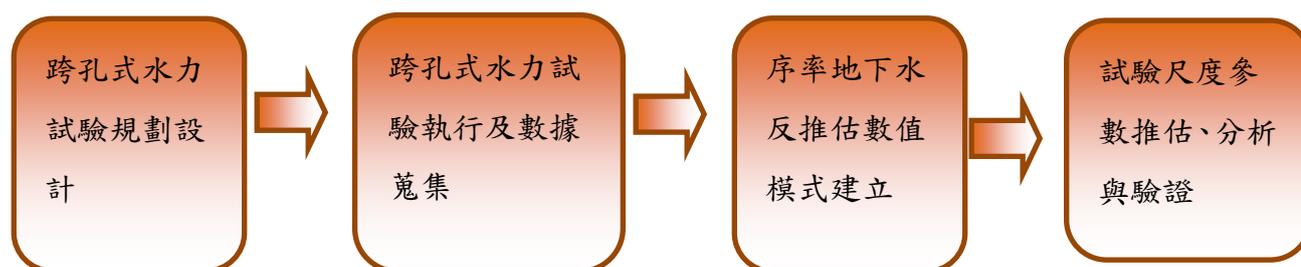


圖 1 執行工作項目及流程

一、 參數推估模式回顧、評析與測試

進行參數推估模式之前，本計畫首先將對於既有參數推估模式進行資料蒐集，並評估測試各種參數推估模式的適用範圍及可行性。

二、 跨孔式水力試驗規劃設計

本研究將依試驗場址特性選出最適合之跨孔試抽水試驗之施作方法。

三、 跨孔式水力試驗執行及數據蒐集

水力剖面探測方法是透過一系列之交互抽水(注水)試驗所量測

的數據，配合含水層資料反推估含水層參數，目的在於提高含水層參數在空間上的解析度。圖 2 為水平二維跨孔式抽水試驗示意圖，試驗流程為在其中一口井抽水(注水)(如圖 2 (a))，並在其他口井做觀測，之後到下一口井抽水(注水)(如圖 2 (b))，也在其他口井做觀測，重複此步驟直到每口井皆作完抽水試驗(圖 2 (c)與(d))。每一口抽水井皆可建立一組獨立的反應資料，而透過交換抽水(注水)點即可得到多組的抽水反應資料，便可利用所得到多組獨立方程組更詳細的描述含水層參數在空間上的分布。

垂直二維跨孔式抽水試驗亦然，井內則可利用封塞充氣固定將井分層抽水與觀測，在其中一口井抽水(注水)(如圖 3(a))，並在其他口井與其他位置做分層觀測，每次抽水(注水)試驗中皆可以透過變換不同高程觀測位置得到詳細水位變化資料，且變換抽水位置與抽水井(圖 3 (b))，(c)與(d))可獲得多組獨立抽水反應數據作為參數分析依據，進而反推估含水層參數在空間上的分布狀況。

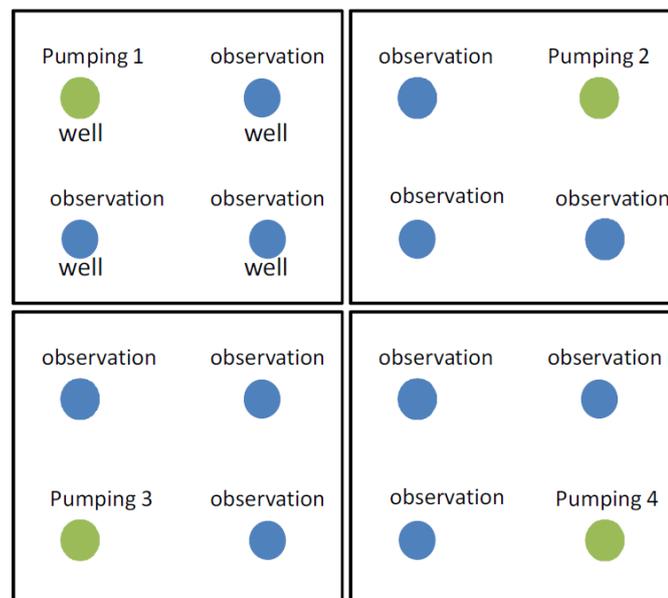


圖 2 水平跨孔式抽水試驗示意圖

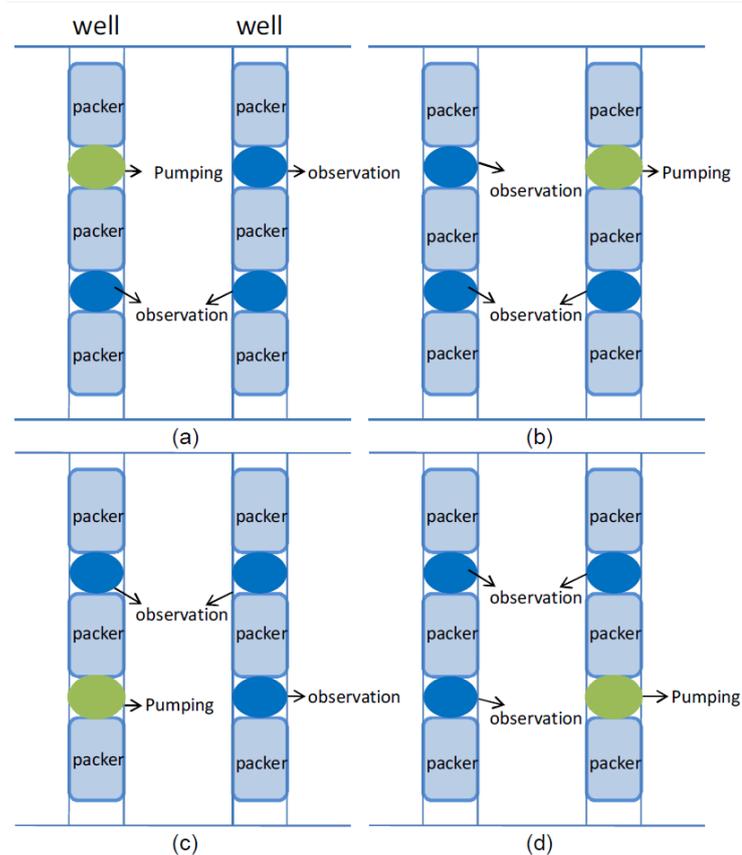


圖 3 垂直分層跨孔式抽水試驗示意圖

為了探討本式驗方法於裂隙岩層與沖積含水層中的適用性，本工作將進行裂隙岩層與沖積層進行實驗，實驗地點分別位於中央大學尖石井場與高雄輔英科技大學井場。

(一)中央大學尖石井場介紹

中央大學尖石井場位於新竹縣尖石鄉，如圖 4，井場主要由亞變質岩組成，其主要岩性為上新世的北寮層以及中新世的打鹿頁岩與觀音山砂岩。井場內共設置有 7 口井，深度均約為 50 公尺，井位配置如圖 5 所示，各井間相距約 2 公尺。井場內由於油羅溪堆積關係，共有約 20 公尺厚之沖積層，其沖積層厚度分布如圖 6 所示。沖積層下方為經板塊作用擠壓之破碎岩層，其岩層之裂隙與地下水之間關係乃此井場之觀察目標。

先前工作已對此井場之裂隙分布進行井測調查，其調查結果列於圖 7 與圖 8，圖 7 顯示井場內裂隙多為南北走向，而圖 8 顯示井場內每 1 公尺會出現約 2-3 條裂隙。

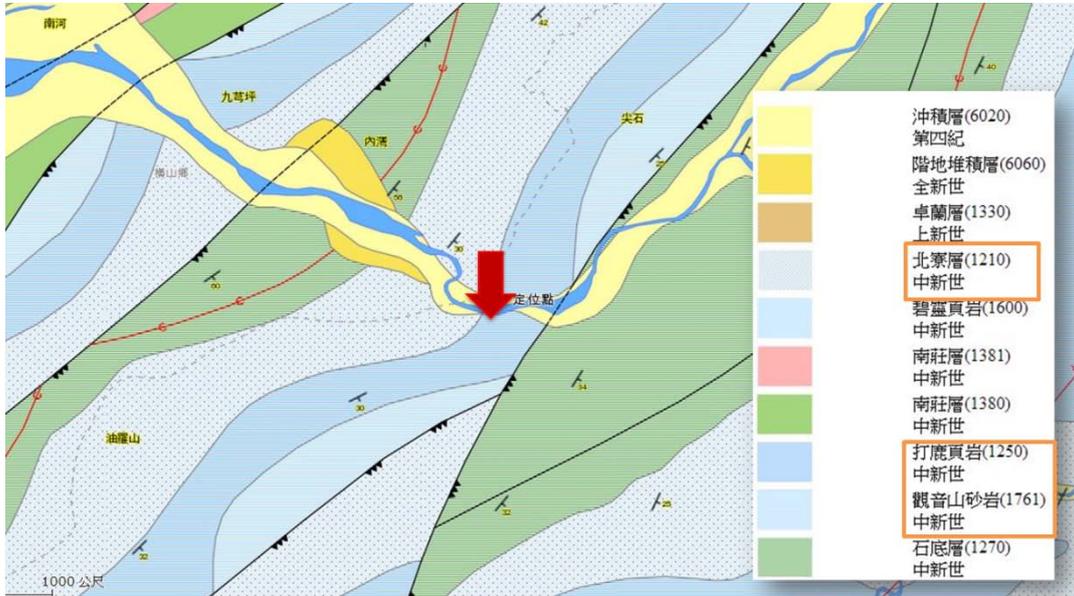


圖 4 井場附近地區之地質圖(中央地調所)

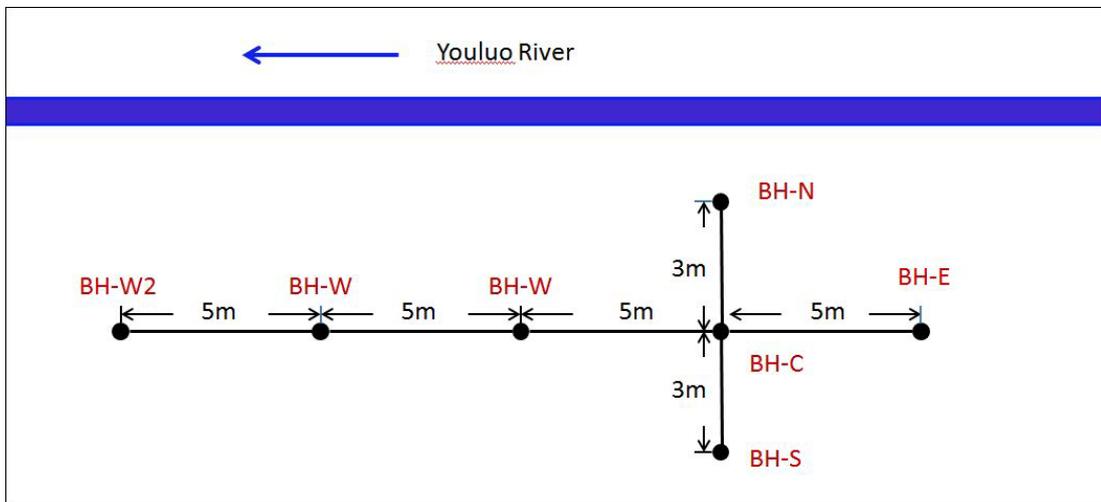


圖 5 井場之井位分布

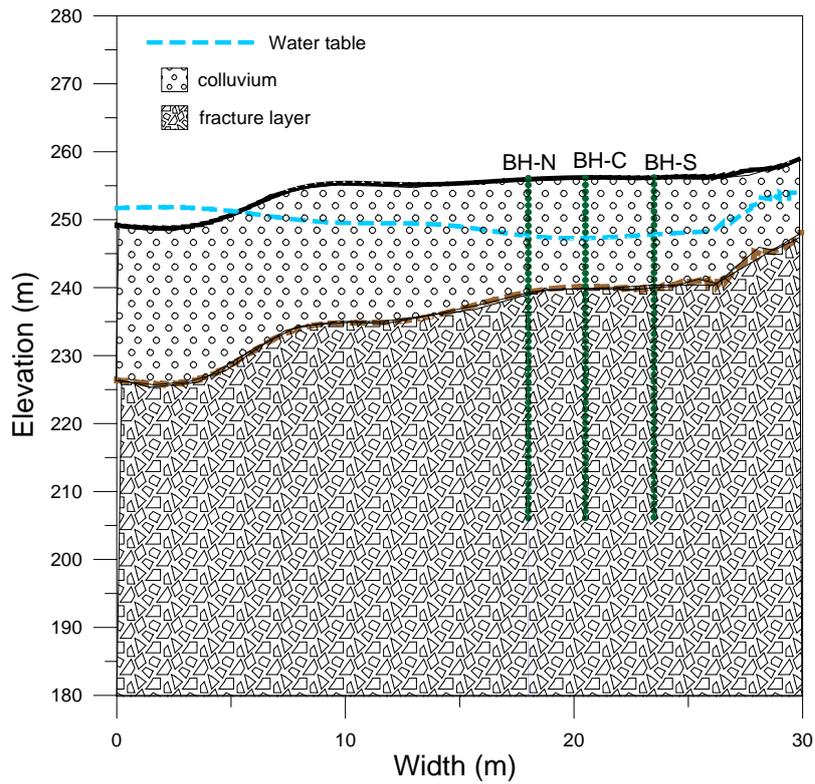


圖 6 井場之垂直岩性分布狀態

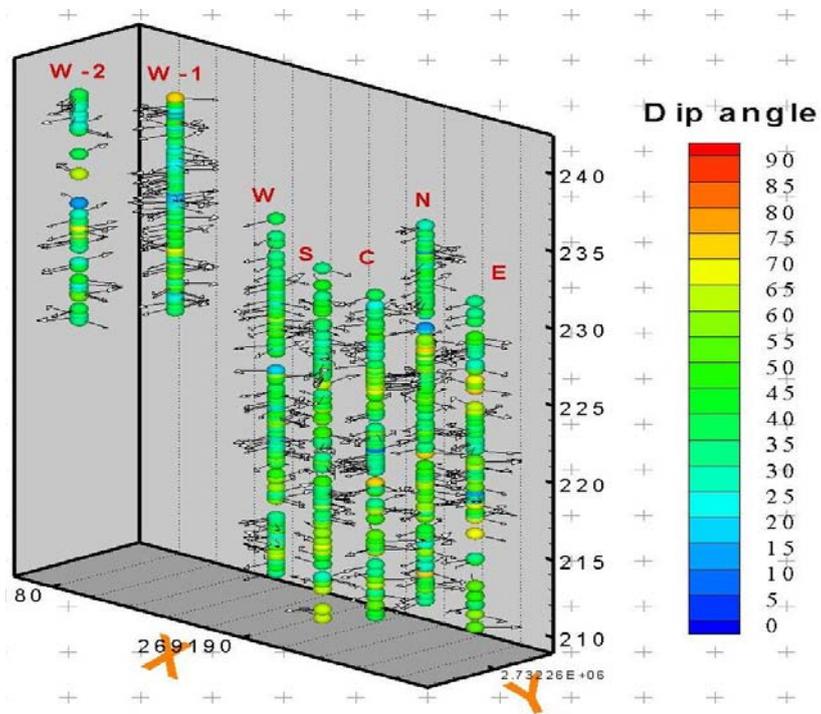


圖 7 井場裂隙之方位

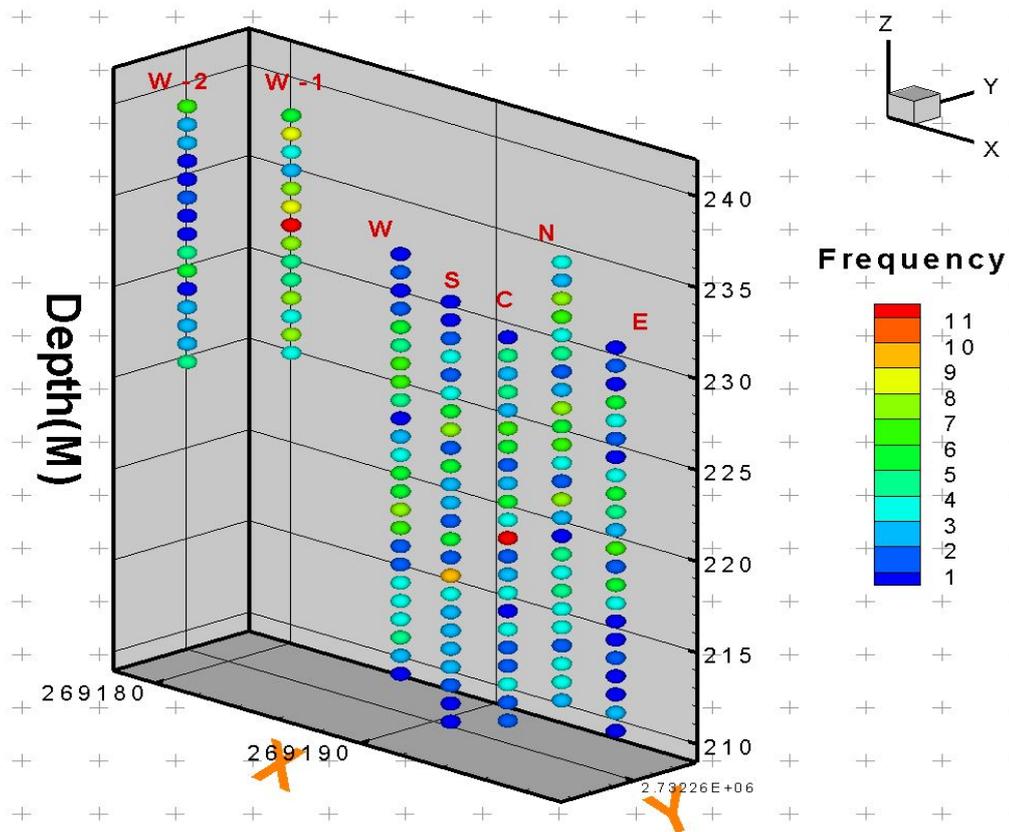


圖 8 井場裂隙出現頻率

(二) 輔英科技大學井場介紹

輔英科技大學井場位於高雄市大寮鄉，為一沖積含水層，井場內配置有 7 口井，井深約 10-15 米之間，其井位配置圖如圖 9 所示。

圖 10 與圖 11 分別顯示本研究進行分層抽水試驗時所使用之抽水端與觀測端之配置，分別為兩組封塞中間裝設小型抽水馬達或自記式水位計之設置方法。



圖 9 輔英科技大學井場位置與井位分布圖

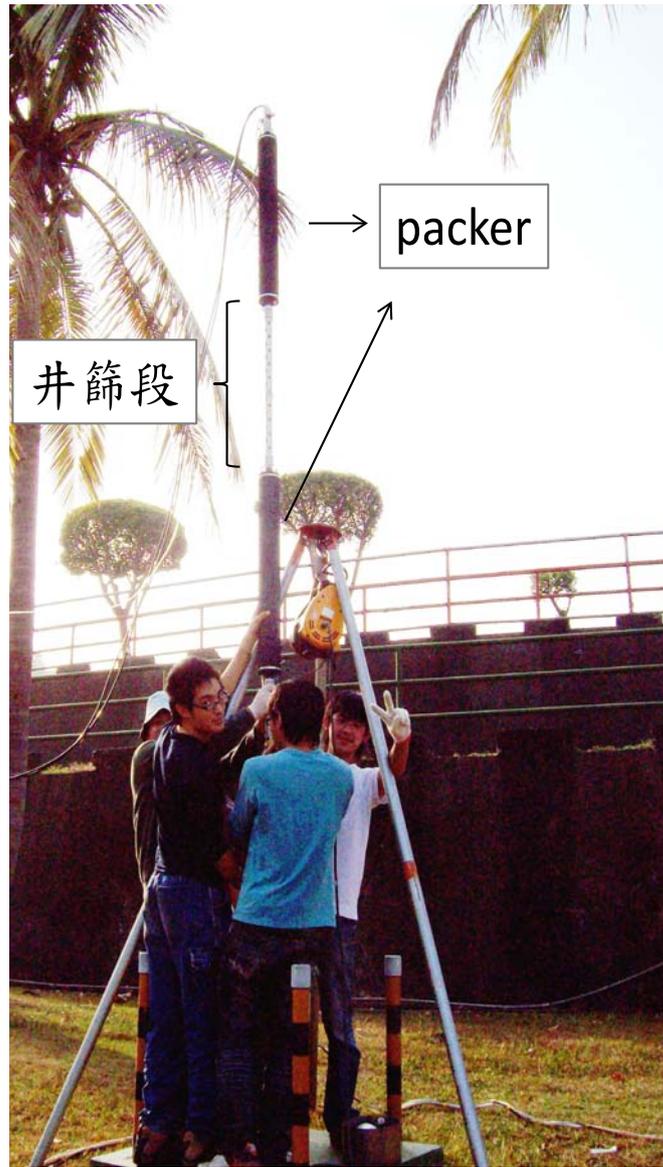


圖 10 本工作進行分層抽水時，所使用之抽水端設置



圖 11 本工作於輔英科技大學進行試驗時，觀測端之儀器配置

四、 含水層參數推估模式建立

本研究參數推估方法是利用 SSLE(sequential successive linear estimator, SSLE)模式分析[Yeh, 1992]。此方法為 SLE(successive linear estimator, SLE)之延伸，為了更了解含水層異質性的變化，將含水層中水力傳導係數 K 值取自然對數為 $\ln K=F$ ，而水力剖面探測法中抽水所造成的水頭反應表示為 $\psi(x)=H(x)+h(x)$ ，其中 $H=\langle\psi\rangle$ ，而 h 為非條件水頭擾動(unconditional head perturbation)，鑿井資料與岩心取樣樣本數為 n_f ，則水力傳導係數值表示為 $f_i^* = \ln K_i^* - F$ ， $i=1,2,\dots,n_f$ ，並將此稱為原始資訊(primary information)。

另外，我們需要推估水力傳導係數分布場之平均值與其空間結構相關性，所以假設在 m 組抽水試驗中共取得 n_h 組觀測水頭值為 ϕ_j^* ， $j = n_f + 1, n_f + 2, \dots, n_f + mn_h$ ，此部分由抽水試驗所獲得之反應數據，我們稱為間接資訊(secondary information)。接著利用模式產生與實際觀測位置相符的流場與水力傳導係數分布場，且須能滿足原始場址的基本統計特性，如平均值或共變異數，與水流控制方程式。基於條件機率概念(conditional probability)，以條件平均 K 值(conditional mean K)總和與其條件擾動表示條件 K 值分布場為 $K_c(x) = \langle K_c(x) \rangle + k_c(x)$ ，同樣地，條件水頭(conditional head)分布場可表示為 $\phi_c(x) = \langle \phi_c(x) \rangle + h_c(x)$ ，則由條件 K 值與水頭分布場可以獲得條件平均流場，並將可以利用條件平均水流方程式求解此反推估問題。先替換條件序率變數進水流控制方程式，並代入期望值 $\langle K_c(x) \rangle$ 與 $\langle \phi_c(x) \rangle$ 即可得條件平均水流方程式為

$$\nabla \cdot [\langle K_c(x) \rangle \nabla \langle \phi_c(x) \rangle] + \langle \nabla \cdot [\langle k_c(x) \rangle \nabla \langle h_c(x) \rangle] \rangle + Q(x) = 0 \quad (1)$$

(1)式中假設抽水速率 Q 為一給定值，但式中需要滿足真實條件平均

K 與 \emptyset (即 K 與 \emptyset 為已知), 所以擾動之 $\nabla \cdot [\langle k_c(x) \rangle \nabla \langle h_c(x) \rangle]$ 需為 0, 則表示含水層每個位置 K 值需為特定值 $K_c(x) = 0$, 或是區域內所有水頭值需被量測為已知 $h_c(x) = 0$, 但實際情況中此兩種狀況幾乎不存在, 所以我們將改寫平均方程式為

$$\nabla \cdot [\langle K_{eff}(x) \rangle \nabla \langle \phi_c(x) \rangle] + Q(x) = 0 \quad (2)$$

其中條件等效水力傳導係數 K_{eff} (effective hydraulic conductivity) 是結合條件平均 K 值 $\langle K_c \rangle$ 與條件平均梯度的參數。基於條件平均方程式概念, 使用 SLE 推導出條件等效 K 值並產生條件平均水頭場。SLE 一開始使用協同克力金法計算, 利用其中一次抽水試驗的觀測值 f_i^* 與 h_i^* 代入

$$f_k(x_0) = \sum_{i=1}^{n_f} \lambda_{i0} f_i^*(x_i) + \sum_{j=n_f+1}^{n_f+n_h} \mu_{j0} h_j^*(x_j) \quad (3)$$

其中, $f_k(x_0)$ 為在 x_0 處使用協同克力金法計算後的 f 值, λ_{i0} 與 μ_{i0} 為使用協同克力金法計算的權重, 可由(4)式計算

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n_f} \lambda_{i0} R_{ff}(x_l, x_i) + \sum_{j=n_f+1}^{n_f+n_h} \mu_{j0} R_{fh}(x_l, x_j) &= R_{ff}(x_0, x_l) \\ l &= 1, 2, \dots, n_f \\ \sum_{i=1}^{n_f} \lambda_{i0} R_{fh}(x_l, x_i) + \sum_{j=n_f+1}^{n_f+n_h} \mu_{j0} R_{hh}(x_l, x_j) &= R_{hf}(x_0, x_l) \\ l &= n_f + 1, n_f + 2, \dots, n_f + n_h \end{aligned} \quad (4)$$

其中, R_{ff} 、 R_{hh} 、 R_{fh} 為 f 與 h 的共變異數(covariance)與交叉共變異數(cross-covariance)。而為了解決 f 與 h 間非線性關係, 使用 SLE 計算, 表示為

$$Y_c^{(r+1)}(x_0) = Y_c^{(r)}(x_0) + \sum_{j=n_f+1}^{n_f+n_h} \omega_{j0}^{(r)} [\phi_j^*(x_j) - \phi_j^r(x_j)] \quad (5)$$

其中 ω_{j0} 為在 x_0 處推估值與相對 x_j 處觀測值之權重係數， r 為迭代次數， $\hat{Y}_c^{(0)}$ 為 $\ln K$ 之條件平均推估值， $\phi_j^{(r)}$ 為在 j 處迭代 r 次後之水頭值，

$\phi_j^{(*)}$ 為 j 處水頭觀測值，則 $\phi_j^{(*)} = H_j + h_j^*$ ，而 ω 可由下式計算

$$\sum_{j=n_f+1}^{n_f+n_h} \omega_{j0}^{(r)} \varepsilon_{hh}^{(r)}(x_l, x_j) + \theta \delta_{ii} = \varepsilon_{hy}^{(r)}(x_0, x_l)$$

$$l = n_f+1, n_f+2, \dots, n_f+n_h \quad (6)$$

其中 ε_{hh} 與 ε_{hy} 為誤差共變異數(error covariance)與誤差交叉共變異數(error cross-covariance)， θ 為穩定項(stabilizing term)且為一動態值，隨著權重因子與 ε_{hh} 而做改變， δ_{ii} 則為一單位矩陣。(6)式計算需有 ε_{hh} 與 ε_{hy} ，可在每次迭代後得到近似值，因此基於有限元素地下水流模式一階分析[Yeh, 1998]，第 r 次迭代之水頭可以一階 Taylor 級數表示

$$\phi = \hat{\phi}_c^{(r)} + h^{(r)} = G(\hat{Y}_c^{(r)} + y^{(r)}) \approx G(\hat{Y}_c^{(r)}) + \left. \frac{\partial G(\hat{Y}_c^{(r)})}{\partial \ln K} \right|_{\hat{Y}_c^{(r)}} y^{(r)} \quad (7)$$

其中 $G(\hat{Y}_c^{(r)})$ 為以 $\hat{Y}_c^{(r)}$ 利用式子(3)計算的水頭結果，則一階殘餘 $h^{(r)}$ 可表示為

$$h^{(r)} \approx \left. \frac{\partial G(\hat{Y}_c^{(r)})}{\partial \ln K} \right|_{\hat{Y}_c^{(r)}} y^{(r)} = J^{(r)} y^{(r)} \quad (8)$$

此處 J 可利用伴隨狀態敏感度方法計算[Butler and Liu, 1993; Wu et al., 2005; Gottlieb and Dietrich, 1995]並受限於邊界條件。接著利用式(9)推導出 $h^{(r)}$ 的共變異數近似解與 $y^{(r)}$ 和 $h^{(r)}$ 交叉共變異數。

$$\varepsilon_{hh}^{(r)} = J^{(r)} \varepsilon_{yy}^{(r)} J^{T(r)}, \varepsilon_{hy}^{(r)} = J^{T(r)} \varepsilon_{yy}^{(r)} \quad (9)$$

而 J 是大小為 $n_h \times N$ 的敏感度矩陣，上標 T 表示為轉置矩陣，則 ε_{yy}

為 y 之共變異數可表示為

$$\varepsilon_{yy}^{(1)}(x_0, x_k) = R_{ff}(x_0, x_k) - \sum_{i=1}^{n_f} \lambda_{i0} R_{ff}(x_i, x_k) - \sum_{j=n_f+1}^{n_f+n_h} \mu_{j0} R_{ff}(x_j, x_k) \quad (10)$$

此為迭代次數 $r=0$ 時之共變異數， $k=1, 2, \dots, N$ ， λ 與 μ 為協同克力金係數，而若是 $x_0=x_k$ 且 $r \geq 1$ 時共變異數計算則為

$$\varepsilon_{yy}^{(r+1)}(x_0, x_k) = \varepsilon_{yy}^{(r)}(x_0, x_k) - \sum_{i=n_f+1}^{n_f+n_h} \omega_{i0}^{(r)} \varepsilon_{yh}^{(r)}(x_i, x_k) \quad (11)$$

此共變異數將近似於條件共變異數，當 $Y(x)$ 被更新後式子(2)將代入新值重新計算。

SLE 計算僅由一組抽水的原始與間接資訊做計算，而 SSLE 則是包含了抽水試驗中每一組反應資料做推估，所以計算中的矩陣將會加大，可包含每筆資料，在迭代過程中，模式利用實際觀測值與計算值之間的差異不斷提供推估的新訊息，而這些訊息即可組合成殘餘共變異數與交叉共變異數，整個模式計算將會一直進行迭代直到達到使用者所設定的精度而停止，或是迭代至精度無法明顯提升而停止。上述的迭代過程將會重複用在模式裡所有改變不同抽水(注水)位置的實驗中，進而反推估出含水層中各種水力參數在空間中的分布情形。

五、 試驗尺度參數推估、分析與驗證

(一) 理想模式驗證

利用跨孔式水力試驗結果搭配數值模擬之測試例，以進行試驗尺度參數推估、分析與驗證，圖 12(b)與圖 13(b)為使用 SSLE 模式所推估出的水力傳導係數與比儲蓄係數分布情形，圖 14 為計算出的水力傳導係數推估值與真實水力傳導係數值比較，由比較結果得

知實際值與推估值之相關性(correlation)為 0.829，圖 15 算出的比儲蓄係數推估值與真實比儲蓄係數值比較，比較結果得知實際值與推估值之相關性(correlation)為 0.717。

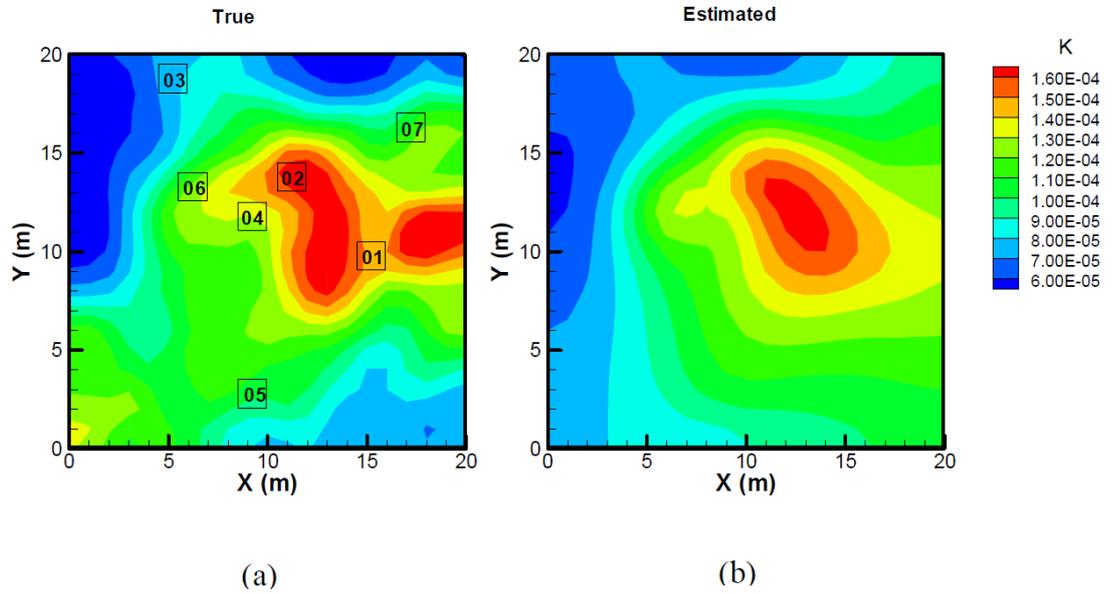


圖 12 水力傳導係數分布場 (a)真實水力傳導係數分布、(b)推估水力傳導係數分布

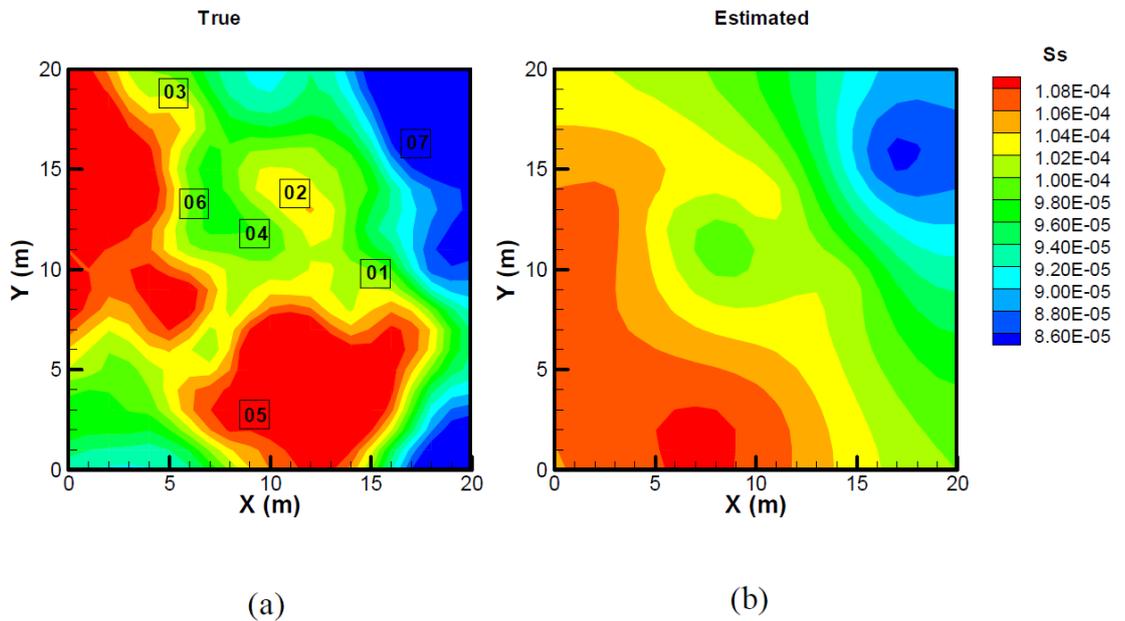


圖 13 比儲蓄係數分布場 (a)真實比儲蓄係數分布、(b)推估比儲蓄係數分布

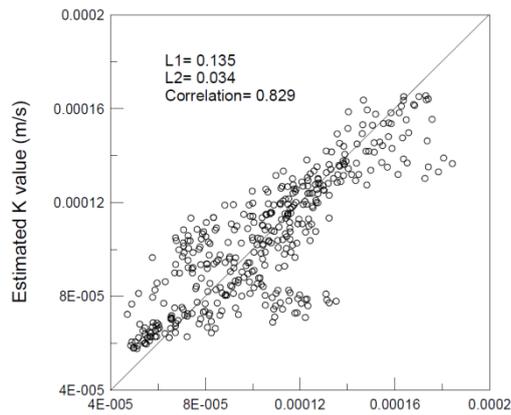


圖 13 二維真實水力傳導係數值與推估值比較

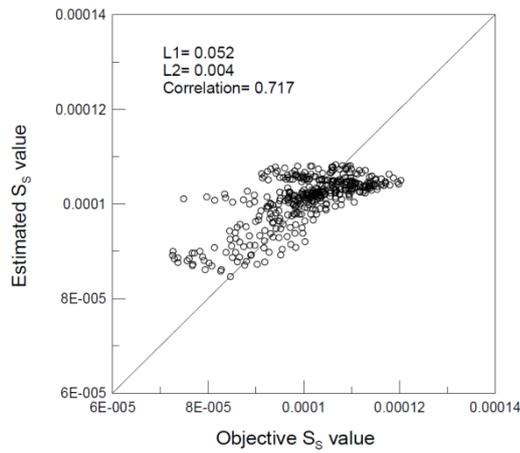


圖 14 二維真實比儲蓄係數值與推估值比較

欲將實驗數據代入 SSLE 模式推估，由文獻與含水層特性得知抽水試驗中前期的水頭反應值與比儲蓄係數有關[Zhu and Yeh, 2005; Liu et al., 2007; Straface, 2007]，而水力傳導係數推估則與後期的水頭反應值相關，本研究將抽水試驗數據前期水位變化快速時間段取連續三到五個時間點水位輸入模式用以推估含水層比儲蓄係數，後期水位變化非常緩慢時間段則取最後一個時間點水位代入模式，推估含水層水力傳導係數。

(二) 現地試驗測試結果

本研究分別進行尖石井場裂隙抽水試驗與輔英科技大學沖積層岩場進行測試。

1. 尖石井場實驗結果

圖 15 為本研究於尖石井場內進行分層抽水試驗時，觀測井與抽水井之水位變化情形。圖 16 為將觀測資料放入 SSLE 模式後，所推估之水平二維水力傳導係數分布情形。由圖 16 可看出井場內位於井 w1 與 w 處水力傳導係數值較其他位置為高，而井場其餘位置之水力傳導係數值則差不多，並與前人所做之推估結果差不多，其中水力傳導係數最高與最低之間約會有一個數量級之差異。

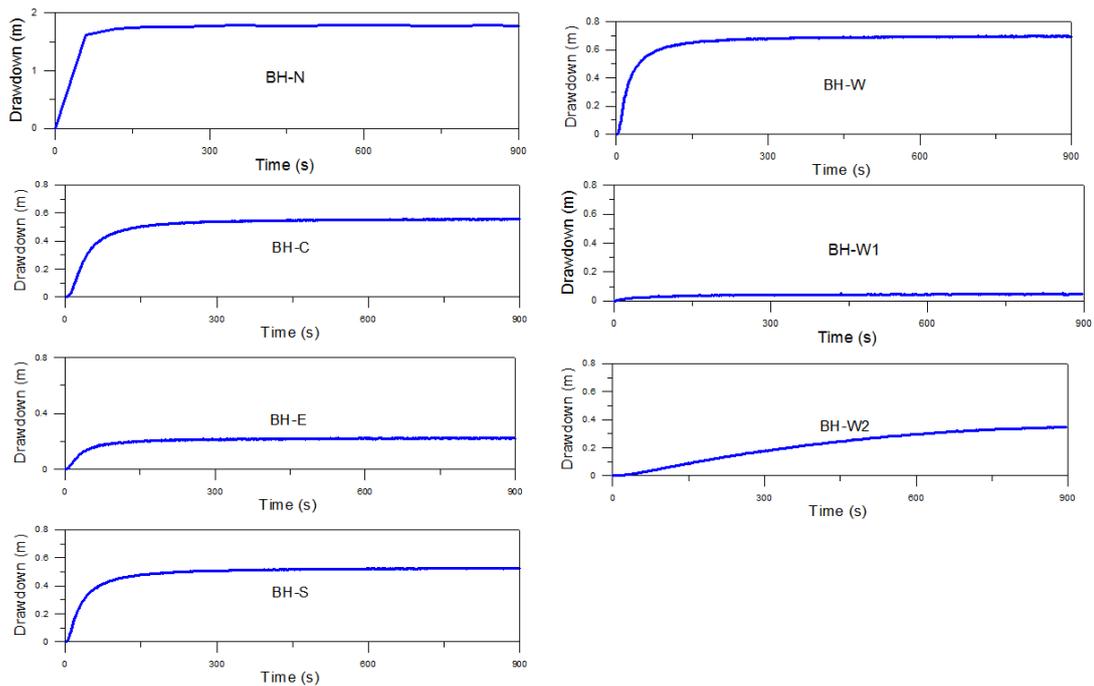


圖 15 尖石井場進行分層抽水實驗之數據

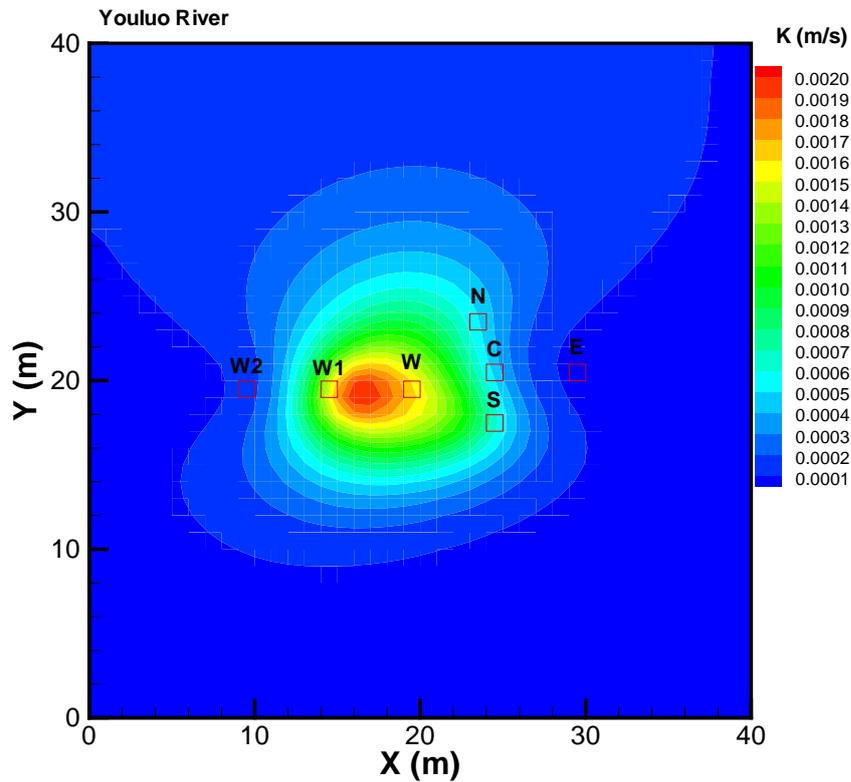


圖 16 尖石井場依實驗數據進行反推估後之 K 值分布

2. 輔英科技大學實驗結果

本研究於輔英科技大學進行之分層抽水試驗後，將所得之觀測資料經 SSLE 反推估後之水力傳導係數三維分布圖如圖 17 所示。比照圖 18 之輔英科技大學提供地層資料垂直分布圖可發現：井口下距離 11 至 18m 處水力傳導係數較高，發現推估之較高水力傳導係數分布與地層資料相符，呈現為沉積地層分布情形，惟在圖左方靠近邊界處推估結果較不理想，推估結果並非為層狀沉積地層形態，應為受到邊界條件假設之影響。此模擬邊界條件假設為定水頭邊界，但實際上此處並非為定水頭水流狀態，在此種差異下對於推估結果會造成高估之影響，且可能造成靠近邊界處之推估結果較不準確。為確定反推估所得數據符合現地狀況，本研究亦進行了微水試驗進

行驗證，微水試驗結果依 cooper type curve(1946)反推估後所得之參數分布如圖 19 所示，其量級與圖 17 SSLE 反推估之結果相近。

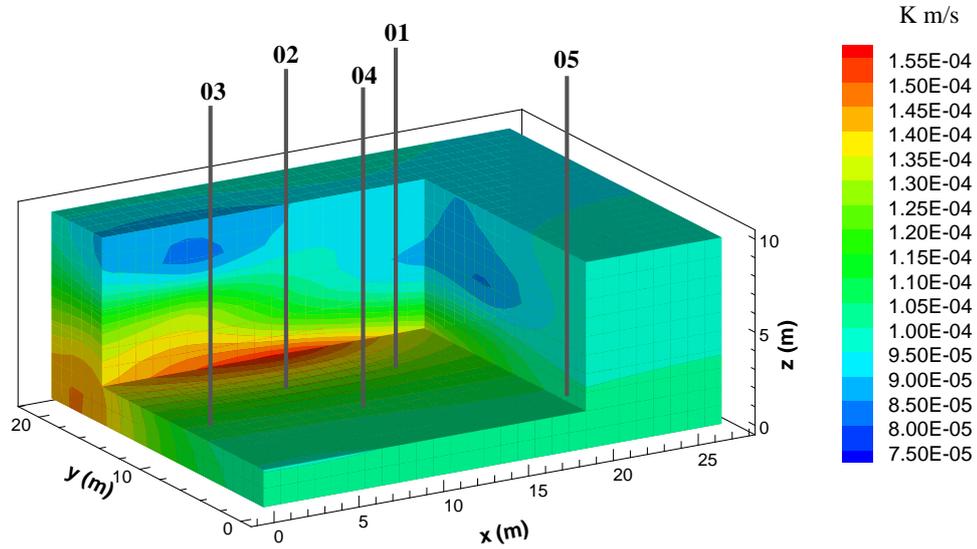


圖 17 輔英科技大學經 SSLE 模式反推估之水力傳導係數三維分布圖

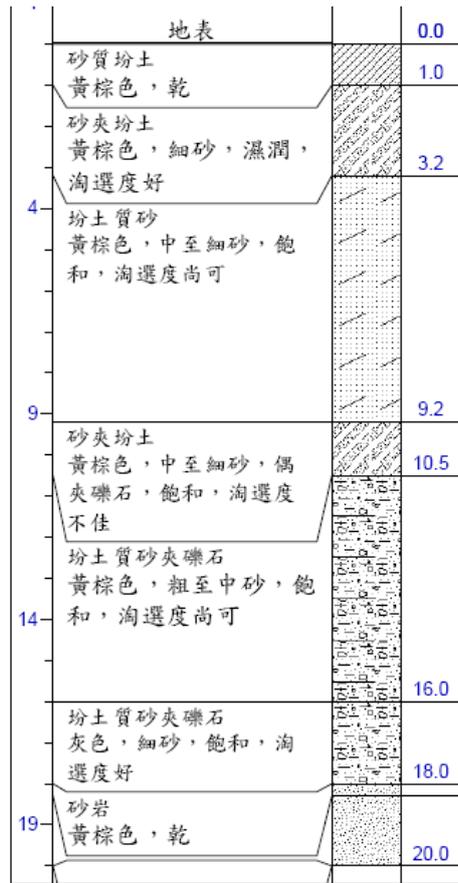


圖 18 輔英科技大學井場地層資料垂直分布圖

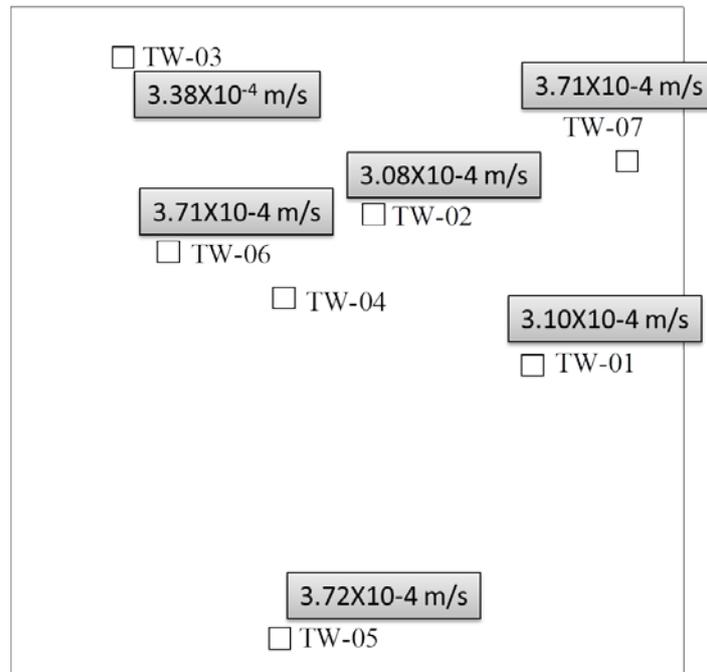


圖 19 輔英科技大學井場依微水試驗結果推估之 K 值分布圖

參、主要發現與結論

- 一、完成參數推估模式回顧、評析與測試。
- 二、完成裂隙岩層及沖積含水層跨孔式水力試驗規劃設計，同時執行跨孔式多深度水力試驗及數據蒐集。
- 三、完成裂隙岩層及沖積含水層參數推估模式建立，並且依據水力試驗數據進行現地尺度參數推估。
- 四、本研究利用現地抽水資料代入 SSLE 模式推估含水層水文地質參數，在不使用任何已知鑿井資料情況下，由結果看出此模式對於含水層中參數分布空間狀態推估已大致準確，在現地實驗部份，若能增加觀測數據，如增加分層抽水與觀測位置或改變不同抽水速率等，設計各種不同條件之實驗，應能提供模式更多資訊提高推估精確度。而數值模式部分，若能更精確定義邊界條件數值，且利用鑿井岩心資料做為已知參數值，亦能提高推估結果之精確度。

肆、參考文獻

1. Schwartz, F. W., Zhang, H., 2003. Fundamentals of Ground Water., John Wiley & Sons, Inc., New York.
2. Theis, C.V., 1935. The relation between lowering the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. Tran. Am. Geophys. Union, 2, 519-524.
3. Cooper, H. H., and C. E. Jacob, 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history. Tran. Am. Geophys. Union, vol 27, 526-534.

4. Yeh, T.C., 1992. Stochastic modeling of groundwater flow and solute transport in aquifers. *Journal of Hydrology*, 6, 369-395.
5. Yeh, T.C., 1998. Scale issues of heterogeneity in vadose-zone hydrology, in *Scale Dependence and Scale Invariance in Hydrology*, G. Sposito, p. 420, Cambridge University, New York.
6. Butler, J. J. Jr., and W. Liu, 1993. Pumping tests in non-uniform aquifers: The radially asymmetric case. *Water Resource Research*, 29(2), 259-269.
7. Wu, C. M., Yeh, T.C., Zhu, T. H., Lee, N. S., Hsu, C.H., Chen and A. Folch Sancho., 2005. Traditional aquifer tests: Comparing apples to oranges? *Water Resource Research*, 41(9), W09402, doi:10.1029/2004WR003717.
8. Gottlieb, J., and P. Dietrich, 1995. Identification of the permeability distribution in soil by hydraulic tomography. *Inverse Problem*, 11, 353-360.
9. Zhu, J., and T. C. Yeh, 2005. Characterization of aquifer heterogeneity using transient hydraulic tomography. *Water Resource Research*, 41(7), 2005.
10. Liu, X., W. A. Illman, A. J. Craig, J. Zhu, and T. C. Yeh, 2007. Laboratory sandbox validation of transient hydraulic tomography. *Water Resource Research*, 43(5).
11. Straface, S., T. C. Yeh, J. Zhu, S. Troisi, and C. H. Lee, 2007. Sequential aquifer tests at a well field, Montalto Uffugo Scalo, Italy. *Water Resource Research*, 43, doi: 10.1029/2006WR005287, 2007.