# 行政院原子能委員會

# 委託研究計畫研究報告

# 風力發電系統自我故障診斷研究 Self-Fault diagnosis technology research of a wind turbine system

計畫編號:107A013

- 受委託機關(構): 南臺學校財團法人南臺科技大學
- 計畫主持人:劉瑞弘
- 聯絡電話:06-2533131#3545
- E-mail address : dofliu@stust.edu.tw
- 協同主持人:沈毓泰
- 研究期程:中華民國 107 年 03 月至 107 年 12 月
- 研究經費:新臺幣肆拾伍萬捌仟元
- 核研所聯絡人員: 賴文政
- 報告日期: 107年12月20日

# 目 錄

中文摘要		6
ABSTRAC	CT	7
作者及所屬	青單位	8
壹、計畫緣	象起與目的	9
一、計畫	畫緣起	9
二、目的	匀	10
貳、研究ス	5法與過程	13
- `	研究方法說明	13
(-)	文獻回顧	13
(二)	訊號分析與損壞診斷技術	16
二、	大型風力機實測與分析	20
(-)	風場與機組規格說明	20
(=)	量測與診斷分析介面	21
(三)	研究結果	24
(四)	小結	35
三、	核研所 150KW 風力機動力測臺訊號分析	37
(-)	資料說明	37
(=)	7/19 轉速 50RPM 之診斷分析	37
(三)	小結	52
四、	1KHP 動力齒輪箱轉速分析	53
(-)	資料說明	53
(ニ)	分析結果	53
叁、主要蔡	受現與結論	61
肆、参考文	て獻	63

# 圖目錄

圖	1分析方法比較(a)原始之時域訊號(b)原始之頻域	10
圖	2 (a)正常齒輪嚙合振動頻譜,(b) 裂紋齒輪嚙合振動頻譜[21]	17
圖	3. 丹麥 Vestas 2 MW 風力機	20
圖	4. 訊號擷取	22
圖	5. 變速箱訊號擷取位置	22
圖	6. 低速軸	23
圖	7. 行星齒輪	23
圖	8. 中速軸	23
圖	9. 高速軸	24
圖	10. 訊號分析診斷程式介面	24
圖	11. 新機組:行星齒輸入訊號	26
圖	12. 舊機組:行星齒輸入訊號	27
圖	13、新機組-低速軸訊號	28
圖	14、多組低速軸訊號的模態比較-能量穩定	28
圖	15. 舊機組-低速軸訊號	29
圖	16. 舊機組低速軸診斷指標	29
圖	17. 新機組:中速軸訊號	30
圖	18. 舊機組:中速軸訊號	30
圖	19. 舊機組:中速軸訊號能量分析	31
圖	20. 新機組:高速軸訊號	32
圖	21. 舊機組:高速軸訊號	32
圖	22. 高速軸訊號	34
圖	23 點位一分析結果-主畫面	38
圖	24 點位一分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜	38
圖	25 點位一分析結果-各個模態頻譜	39
圖	26 點位一分析結果-診斷指標	39
圖	27 點位二分析結果-主畫面	40
圖	28 點位二分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜	40

啚	29	點位二分析結果-各個模態頻譜	41
圖	30	點位二分析結果-診斷指標	41
圖	31	點位三分析結果-主畫面	42
圖	32	點位三分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜	42
圖	33	點位三分析結果-各個模態頻譜	43
圖	34	點位三分析結果-診斷指標	43
圖	35	點位四分析結果-主畫面	44
圖	36	點位四分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜	44
圖	37	點位四分析結果-各個模態頻譜	45
圖	38	點位四分析結果-診斷指標	45
圖	39	點位五分析結果-主畫面	46
圖	40	點位五分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜	46
圖	41	點位五分析結果-各個模態頻譜	47
圖	42	點位五分析結果-診斷指標	47
圖	43	點位六分析結果-主畫面	48
圖	44	點位六分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜	48
圖	45	點位六分析結果-各個模態頻譜	49
圖	46	點位六分析結果-診斷指標	49
圖	47	點位七分析結果-主畫面	50
圖	48	點位七分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜	50
圖	49	點位七分析結果-各個模態頻譜	51
圖	50	點位七分析結果-診斷指標	51
圖	51	資料七分析結果-診斷指標	53
圖	52	1kHP 動力齒輪箱-量測點 1-2	54
圖	53	量測點 2-2 (第2 軸後方軸承處)	55
圖	54	量測點 2-2 (第2 軸後方軸承處)	56
圖	55	量測點 1-2 (第1 軸後方軸承處)	58
圖	56	量測點 2-2 (第2 軸後方軸承處)	59

# 表目錄

表	1.	不同診斷方法優缺點比較	12
表	2.	V80 風力機基本規格	21
表	3.	V80 齒輪箱行星齒輪組齒數	25
表	4.	齒輪頻率	25
表	5.	新舊機組各個位置之診斷指標值	33
表	6.	軸承損壞特徵值	35
表	7	核研所動力測試臺訊號分析-診斷指標彙整	52

#### 中文摘要

本計畫進行風力機傳動鏈故障診斷技術的研究,重點放在振動訊 號的辨別以及實驗驗證。去年度已經完成齒輪箱各種故障模式的驗 證,今年針對軸承損壞來進行診斷演算法開發與驗證,以確認本研 究中高頻解調分析的可行性與適用性,達到提早預知故障的目的。 本研究從實際 2MW 風力機組可以準確的分析出損壞軸承訊號以及 透過不同位置量測診斷出確切損壞位置。也證實此法運用在風力機 傳動鏈故障診斷中能有效監測傳動鏈的軸承健康狀況,且能提早做 出早期損壞警告。另外,本研究也從核研所動力測臺的訊號中,以 及動力齒輪箱的訊號,進行故障診斷完成高頻解調方法的驗證。本 年度研究在不同的實際機臺上進行實測驗證,基本上都能夠有效的 分析,且進行故障診斷。

關鍵詞:風力發電機、故障診斷、高頻解調分析法、小波轉換

#### Abstract

This project aims at the MW-size wind turbine drivetrain fault diagnosis. Last year's result shown the feasibility of the method in various failure mode of the gearboxes. In this year, the research team further implement the method in a MW-size wind turbine's drivetrain, especially for the bearing to verify the effectiveness of the high frequency resonance technique. From the result of the wind turbine's analysis, the proposed method can detect a fault at the high speed shaft bearing from different measuring points. Thus shown the effectiveness of the proposed method. Beside the wind turbine's verification, we also verify the method in two different operating equipment, one is the dyno testbench from INER and the other is a 1kHp gearbox. Both result show the encouraged performance. As a result, the proposed HFRT shown the possibility to be utilize in the future wind turbine drivetrain diagnosis.

*Keywords*: Wind Turbines, Fault Diagnosis, High Frequency Resonance Technique, Wavelet transform

## 作者及所屬單位

作者一:劉瑞弘

單位:南臺學校財團法人南臺科技大學 機械工程系

職稱:助理教授

作者二:沈毓泰

單位:南臺學校財團法人南臺科技大學 機械工程系 職稱:教授

#### 壹、計畫緣起與目的

#### 一、計畫緣起

本計書延續去年(106 年)專案;在去年進行了風力發電系統齒輪 箱故障診斷演算法的開發。相較於傳統普遍以相對低頻取樣,進行 訊號處理分析的傳立葉甚至希爾伯特等方式來觀察或是判斷損壞特 徵;本計畫採用高頻解調分析法進行研究, 擷取正常與損壞齒輪之 振動訊號擷取並使用小波轉換進行訊號處理,從訊號分析結果中找 出各種損壞齒輪之訊號特徵頻率。透過高頻解調的方法,分析出齒 輪組的訊號,明確分析出損壞齒輪組之損壞特徵頻率,以證實高頻 解調分析法在本次實驗之可行性。以正常齒輪轉速 100 RPM 為例, 如圖1所示。嚙合頻率約為88.3Hz,傳統分析的方法,是直接在頻 域找出嚙合頻率,圖1(c)是從原始頻域直接放大到取樣率10e<sup>-9</sup>才隱 約在 80 Hz 到 100 Hz 之間有嚙合頻率,而旁邊 60 Hz 為電子雜訊, 很明顯容易受到環境所干擾;而圖 1(d)高頻解調分析法的包絡頻譜 圖,在放大到取樣率 10e<sup>-4</sup> 就可以很容易找出齒輪嚙合頻率,而且不 受電子雜訊所干擾,兩個分析方法的能量振幅倍率相差十萬倍。透 過這個例子,可以明顯看出高頻解調在微小能量差異上能夠特別的 突出。因此適合對於損壞初期進行判別。



圖 1 分析方法比較(a)原始之時域訊號(b)原始之頻域

(c)原始頻域放大圖(d)包絡頻譜圖

#### 二、目的

風能已成為現今世界上增長速度最快的可再生能源之一[1]。隨 著裝置量越來越多,相對的後期的狀態監測和故障診斷也帶來了新 的挑戰,如何有效快速的預測故障發生是非常大的挑戰。根據統計 顯示,風力發電機內不同組件中變速箱是最為關鍵的,因為與其他 部件相比,每次故障停機維修時間相對較長[2],而軸承故障更是重 要的部分[3]-[5]。因此即時準確的診斷風力發電機軸承故障對於提高 發電效率和降低發電成本非常重要[1]。

由於大型風力發電機一旦停機,直接影響到機組的可用率[6], 根據通用電氣(GE)公司的說法,5000 美元的軸承替換,事實上可能

需要總額達25萬美元的維修,其中包括吊車、起重機、服務人員、 更換變速箱、發電機復歸等費用,再加上機組停機期間的損失[7], 影響非常大。因此本文希望透過實例訊號的研究分析,驗證故障診 斷在風力機傳動鏈上的效果。

振動分析廣泛應用於旋轉設備,在風力發電的應用上也是相同, 透過齒輪或是軸承的振動訊號來進行分析。不過由於風力發電的轉 速非固定,會隨風速大小而改變[8],因此對於這種類型的訊號,除 了基本頻譜分析之外,時頻分析方法也常用來對此類訊號進行解釋 [9]-[10],應用於滾動軸承故障診斷是常使用的方法[11],透過系統化 的診斷設計流程, 擷取正確的訊號、進行特徵的擷取分析, 進行維 修評估。藉由分析變速箱軸承的損壞狀況,降低檢測時間以及不能 發電的成本損耗,提升其效益。過去相關風力機的診斷研究中, Baoping Tang、Wenyi Liu 與 Tao Song[12]提出了一種將莫萊特小波變 換(Morlet wavelet transformation)和 WVD(Wigner Ville distribution)結 合的新方法,使用莫萊特小波轉換對原始振動訊號中的噪音進行濾 波, 並利用 auto terms window 自動窗口(ATW)函數抑制 Wigner Ville distribution(WVD)中的交叉項,並且保留 WVD 的良好特性。Xiang Gong 與 Wei Qiao[13]提出固定風力發電機軸旋轉(1P)頻率的 PSD 演

算法來診斷電流解調訊號中軸承故障特徵頻率,但難以診斷可變 1P 頻率操作的風力發電機軸承故障。僅適用現有的風力發電機組控制 系統中所使用的單相定子電流訊號。ZHENG Xiaoxia[1]等人針對風 電機組早期振動故障訊號可能被噪聲淹沒的問題,通過分析 VMD 算 法和振動訊號的仿真分析,提出了模態分解次數的一般原則。該方 法應用於風力發電機組的實驗振動數據和實際振動訊號,測試其故 障檢測能力。上述風力發電機診斷文章採用不同方法做判斷,然而 VMD、固定 1P 的 PSD、莫萊特小波轉換結合 WVD 都存在著缺陷, 例如運算量大、費工、需要損壞過大,如表 1 所示。本研究持續利 用高頻解調搭配小波轉換應用於風力發電機**軸承**之故障診斷,並且 於實際運轉中的風力機進行訊號測量與分析。

表	1.	不	同診	:斷	方氵	夫優	缺點	比較
1	т.	1.1	1 4		/ / /	ム版	mu 1	NUTA

方法	優缺點
固定 1P 的 PSD	需損壞過大,不適用於初期診斷
VMD	計算量大且在實際應用上可能無法收斂
莫萊特小波轉 換結合 WVD	須以 case by case 方式做閥值確認,因此每臺風機 都不一樣
高頻解調搭配 小波轉換	計算量小、可排除低頻噪音

#### 貳、研究方法與過程

本章將說明本研究所採用的方法,並且透過在實際大型風力機組 進行訊號測量擷取,並彙整進行訊號分析診斷的結果。除此之外, 本研究為驗證本計畫所開發之故障診斷方法的有效性,亦將此方法 應用在核研所150kW動力測臺的訊號、以及一間齒輪廠商的設備上, 以下一一說明。

一、研究方法說明

(一) 文獻回顧

滾動軸承和齒輪是機械傳動系統中的重要且較常損壞的元件, 當在高轉速與大負載的操作條件下更易於發生故障,故可能因此意 外元件損壞而導致產能損失與機械維護成本增加。因此,準確有效 地評估機械傳動系統的運行狀態,尤其是如何準確地監測機械元件 的初期損壞具有其重要意義。

尤其隨著生產自動化發展的需求升高,相對要求機械傳動系統 需提供更高性能、安全性和可靠性,因此在機械系統運作過程中監 測機械損壞變得越來越重要,對於如何診斷機械元件初期損壞亦更 加迫切;然而,在自動化機械系統中,軸承和齒輪等旋轉傳動機械 元件的運行條件變得更複雜的情況下,如何準確地獲取元件損壞之

特徵訊號,也變得越來越困難;尤其是要獲取機械元件初期損壞之 微弱訊號,更增加其困難度。因此,如何有效提取機械元件損壞特 徵信息,實為機械元件初期損壞診斷的核心問題。

對於機械系統之故障診斷,首先分析故障機械系統中故障損壞 產生的特徵因素。例如,在診斷軸承故障時,必須計算軸承元件特 徵頻率,在診斷齒輪故障時,必須計算齒輪元件嚙合、轉速等特徵 頻率。其次是藉由加速規獲取機械元件之振動訊號。隨後,必需以 適當的訊號處理技術擷取能反映元件損壞之特徵因素,以降低原始 振動訊號之複雜度,獲得元件損壞的特徵訊號;而機械損壞診斷的 成功關鍵,則主要取決於所採用的訊號處理技術和適當的特徵提取。 最後,藉由智能故障檢測或識別分析方法,可以建立機械故障之敏 感特徵與元件損壞之間的對應關係。

歯輪是變速箱中最重要的元件,即使在正常操作條件下,歯輪 亦會發生磨損和疲勞,而導致齒輪損壞故障發生危險的主要因素卻 常是由於齒輪的局部損壞,也經常因而造成齒輪會提早故障損壞, 因為局部初期損壞一旦發生就快速發展成嚴重損壞,並且通常對動 力傳遞具有顯著影響。如果未能及時檢測到局部初期的損壞發生, 則可能會導致嚴重後果,例如 tooth breakage、pitting。

歯輪損壞分析很難藉由直接解析原始振動訊號來理解隱含在其 中的訊息,因為在測量齒輪振動訊號的同時亦包含有雜訊,而此雜 訊可能來自齒輪外、也可能來自齒輪其他元件。因此,其訊號處理 演算法須能撷取出包含在原始振動訊號中,與損壞相關之特徵訊息, 並同時要能抑制雜訊干擾,以便於診斷齒輪損壞之發生。一般訊號 處理方法,如 wavelet and wavelet packet methods, empirical mode decomposition (EMD), time-frequency distributions, spectral kurtosis (SK), and envelope analysis,均廣泛地應用於機械故障診斷。整體而 言,訊號處理方法可以分為三大類:時域,頻域和時頻域,而如何 選擇適當訊號處理方法以擷取所需損壞特徵訊息,則取決於振動訊 號的特性。

小波轉換(Wavelet transform)為應用於時頻域中分析振動訊號, 在文獻[14]-[17]中已應用於正齒輪狀態監測。倒頻譜是另一種信號處 理技術,可將具有共振特性之振動訊號,藉由能量頻譜取對數轉換, 再經傅里葉變換,則可在 quefrency 域中獲致此共振之尖峰特性 [18][19]。

高頻解調分析技術(High-Frequency Resonance Technique; HFRT) 則是基於解析帶通頻帶之訊號特性,當帶通頻譜中高頻訊號伴隨有 低頻側頻之調變訊號特性時,HFRT 可非常有效低解調出低頻之側頻

訊號。在文獻[20]中應用 HFRT 於齒輪發生裂紋,當裂紋齒嚙合時將 產生振動衝擊並激發結構共振。在該文獻中,首先藉由帶通濾波濾 出結構共振並移除齒輪嚙合諧波;然後,經解調分析法可獲取與裂 紋相關的振動特性。高頻解調分析法會通過一帶通濾波器(Band-pass filter)撷取一個高頻振動模態,再以包絡線分析法獲得包絡訊號,進 行頻譜分析。因此可將訊號中的低頻雜訊濾除,減少雜訊的干擾, 使雜訊對振動訊號的影響降到最低。解調後的頻譜可能會將損壞的 特徵頻率顯示出來,可以看出軸承損壞元件以及損壞的大小。觀察 解調頻譜是否出現週期性的振動訊號就可以判斷軸承是否發生損壞, 再將解調頻譜中顯示的特徵頻率對照由軸承損壞特徵公式所計算出 之頻率,即可知道是何種機械元件發生損壞,再由特徵頻率之峰值, 可判斷出機械元件為輕微損壞或是嚴重損壞[21]。

#### (二) 訊號分析與損壞診斷技術

#### 1. 高頻解調分析技術(High-Frequency Resonance Technique)

在文獻[21]中提出,由裂紋引起的衝擊將激發的齒輪結構共振,因此齒輪振動訊號可以表示成由衝擊引起的共振與齒輪嚙合振動的

$$y(t) = \sum_{m=0}^{M} A_m [1 + a_m(t)] \cos(2\pi f_m t + \beta_m + b_m(t)) + d(t) \cos(2\pi f_r t + \theta_r)$$

其中, M 為嚙合協波總階數、m 為嚙合協波階次、A<sub>m</sub>為第 m 階嚙合協波之振幅、f<sub>m</sub>為第 m 階嚙合協波之振動頻率、a<sub>m</sub>(t)、b<sub>m</sub>(t)與 β<sub>m</sub>則 分別為第 m 階嚙合之振幅調變、相位調變與初始相角; d(t)為損壞齒 激發齒輪結構脈衝響應之包絡函數、f<sub>r</sub>與 θ<sub>r</sub>則為分別為共振頻率與初 始相角。



圖 2(a)正常齒輪嚙合振動頻譜,(b) 裂紋齒輪嚙合振動頻譜[21]

上述齒輪嚙合振動數學模式之模擬分析頻譜圖,如圖 2 所示[21], 圖 2(a)為正常齒輪運轉狀況下,僅有嚙合頻率伴隨轉速側頻之調變 振動與其協波現象;圖 2(b)為裂紋齒輪運轉狀況下,不僅有嚙合頻 率伴隨轉速側頻之調變振動與其協波現象。另外,亦會發現因裂紋 引起的衝擊激發的齒輪結構共振模態;因此,可藉由高頻解調分析 技術進行解析。首先,以帶通濾波擷取損壞齒激發齒輪結構共振之 模態,如圖 1(b)所示,再經解調分析後則可解析損壞齒激發共振之 包絡函數 d(t);因 d(t)為脈衝響應之包絡函數,在解調訊號中將可明 顯出現突波,當齒輪軸定轉速旋轉時,則將可在解調頻譜中呈現其 齒輪軸之旋轉特徵頻率與其協波,藉此將可用以判斷齒輪之損壞。

#### 2. 對數頻譜分析法(Logarithmic Spectrum Analysis)

當齒輪嚙合時,其振動訊號包含有嚙齒振動特性、兩旋轉軸振動 特性,

$$y(t) = \sum_{m=0}^{M} g_m(t) \cdot s_{1m}(t) \cdot s_{2m}(t)$$

其中, M 為嚙合協波總階數、m 為嚙合協波階次。 g<sub>m</sub>(t) 為第 m 階嚙 合特性函數, 而 s<sub>1m</sub>(t) 與 s<sub>2m</sub>(t) 則為兩旋轉軸之旋轉特性函數。若帶通 濾波擷取第 m 階嚙合振動訊號, 則

 $y_m(t) = g_m(t) \cdot s_{1m}(t) \cdot s_{2m}(t)$ 

將上式取對數轉換(logarithm transform),則 $y_m(t)$ 三項乘積,即轉換成 三項對述轉換的和  $\log |y_m(t)| = \log |g_m(t)| + \log |s_{1m}(t)| + \log |s_{2m}(t)|$ 

再經頻譜分析將可還原其頻率之原始特徵位置,藉此可明顯分離較 高頻之嚙合頻率,與較低頻之兩軸轉速頻率。

#### 3. 倒頻譜分析法(Cepstrum Analysis)

由於齒輪嚙合之振動訊號,連續齒嚙合過程具有振動訊號重複的 特性,因此其訊號可表示為具有延遲時間τ之振動訊號[23]

 $v(t)=s(t)+\alpha s(t-\tau)$ 

其能量頻譜則可表示為[9]

 $|V(f)|^{2} = |S(f)|^{2} [1 + \alpha^{2} + 2\alpha \cos(2\pi f\tau)]$ 

此頻譜將呈現齒輪嚙合頻率伴隨兩側側頻為轉軸頻率之調變現像; 若藉由將頻譜取對數轉換(logarithm transform),則頻譜之兩項乘積, 即轉換成兩項的對數轉換和

 $C(f) = \log |V(f)|^{2} = 2 \times \log |S(f)| + \log[1 + \alpha^{2} + 2\alpha \cos(2\pi f\tau)]$ 

再藉由反傅立葉轉換,上式則將轉換至 quefrequency domain。當能 量頻譜遠小於 1 時,則  $\log|S(f)|$ 會是很大負值,而  $\log[1+\alpha^2+2\alpha\cos(2\pi f\tau)]$ 則會接近零,因此藉由反傅立葉轉換將轉換至 quefrequency domain,可對應至原始齒輪嚙合週期。 二、大型風力機實測與分析

## (一) 風場與機組規格說明

本次分析的風力機是源自於丹麥廠商 Vestas 的設計,型號為 V80 的風力機(如圖 3 所示),額定功率為 2 MW,切入風速為 3m/s、切 出風速為 25 m/s,相關基本規格如表 2 所示。此機組為 Vestas 在全 球廣受採用的陸域系統,也是國內安裝量相當大的一個型號,彰化 彰濱工業區中前後器安裝了至少 46 部。但由於台灣環境的特殊性, 高溫高濕度的特性,導至此機組的齒輪箱故障率相對高,運轉近十 年來,已有不少機組發生重大的齒輪箱故障。也因此,本研究針對 該風場中正常與可能有狀況的機組,分別進行測量訊號與分析,以 便驗證故障診斷方法的可行性。



圖 3. 丹麥 Vestas 2 MW 風力機

廠牌	丹麥 Vestas
機型	V80
額定容量	2 MW
額定轉速	16.67RPM
額定風速	12 m/s
葉片長度	39m
機組高度	67m
起動風速	4.0m/s
關機風速	25m/s
轉速	9~19RPM
控制種類	旋角變速型
發電機	DFIG 雙饋式感應發電機
傳動	增速齒輪箱(齒比 120.8)

表 2. V80 風力機基本規格

(二) 量測與診斷分析介面

機組訊號的量測是透過 LabVIEW 所撰寫的程式介面,搭配 NI 9234 擷取卡與加速規完成,如圖 4~圖 9 所示,分別軸承的低速、 中速、高速以及行星齒輪的部位安裝了加速規進行訊號的擷取,取 樣頻率為 51.2kHz,每次取樣時間大約 10 秒鐘。轉速的部分,由於 本次測試並沒有安裝固定式的轉速計,因此轉速乃由現場控制器的 數值即時讀取紀錄,會有時間上的落差,但此轉速可由訊號分析重 建調整確認。訊號收集後,再透過後續離線方式,以 Matlab/Simulink 所撰寫的分析程式(如圖 10 所示)將振動訊號進行分析,並將相關分 析結果顯示於右側。



## 圖 4. 訊號擷取







圖 6. 低速軸



# 圖 7. 行星齒輪



圖 8. 中速軸



圖 9. 高速軸



圖 10. 訊號分析診斷程式介面

(三) 研究結果

為了觀察傳動鏈特定的運轉頻率,以下先以機組的額定轉速 16.67RPM(0.278Hz)為基準,根據圖 5所揭露的各個齒數,先將主要 頻率計算出來,如表 4 所示。當額定運轉下,高速軸旋轉頻率為 0.278Hz\*齒比 120.8 為 33.4Hz,其嚙合頻率則是 773.42Hz。但由於 風力機為變轉速運轉,實際上的相關頻率會因轉速而變化,並非固 定。

位置	齒數
行星齒(輸入端)	35
內環齒	89
太陽齒	19
中速大齒	87
中速軸	21
高速大齒	118
高速軸	23

表 3.V80 齒輪箱行星齒輪組齒數

表 4. 齒輪頻率

	旋轉頻率	歯數	嚙合頻率
行星齒輪	0.278Hz	35	9.74Hz
低速軸齒	1.582Hz	19	30.06Hz
中速軸齒	6.554Hz	21	137.64Hz
高速軸齒	33.627 Hz	23	773.42 Hz

本次測量分別在新舊兩款機組進行,在新的機組上測量之風機 轉速約為900rpm,舊機組上則為2020rpm左右,因此以下的主要振 頻與比較會以此轉速的頻率來做為計算與換算。以下會分別從行星 齒輸入端、低速軸、中速軸、與高速軸進行分析。

#### 1. 行星齒輸入軸

訊號分析結果如下圖 11,解調頻譜有諧振約 328Hz;全域頻寬約 6kHz,可用取樣頻率 25.6kHz。診斷結果並無明顯損壞。



圖 11. 新機組:行星齒輸入訊號

在舊機組的訊號,如圖 12 所示,解調頻譜中有諧振約 293 Hz, 與新風機測得高頻解調振動頻率 328Hz \* (900 RPM / 2020 RPM)=146.1 比較約為2倍頻;顯示此固定運轉頻率之計算無誤,但並無明顯損壞現象。



圖 12. 舊機組:行星齒輸入訊號

### 2. 低速轴

新齒輪組(圖 13):解調頻譜有諧振約 328Hz;診斷分析結果為 無明顯損壞現象。參考圖 14 亦可觀察到,不同時段測量之訊號的分 析結果,其模態頻率穩定。不過在舊齒輪訊號中(圖 15),雖沒有觀 察到明顯的振頻,但由診斷結果得知,其健康指標(Diagnostic Index) 可達 0.58,判斷為損壞的狀況。







圖 14、多組低速軸訊號的模態比較-能量穩定



圖 15. 舊機組-低速軸訊號



圖 16. 舊機組低速軸診斷指標

#### 3. 中速轴

在新機組上,解調頻譜有諧振約 328 Hz (如圖 17),診斷結果無明顯損壞。但在舊機組上,解調頻譜有諧振約 132.5 與 265 Hz,從圖 19 的能量分析與最後診斷分析結果為明顯損壞。



圖 17. 新機組:中速軸訊號



圖 18. 舊機組:中速軸訊號



圖 19. 舊機組:中速軸訊號能量分析

## 4. 高速軸

在新機組上,訊號如同前面幾個軸一樣,解調頻譜有諧振約 328Hz,診斷分析結果為無明顯損壞現象(圖 20)。在舊機組上,解調 頻譜有諧振約 132.5、265 Hz;診斷分析結果為明顯損壞(如圖 21 所 示)。



圖 20. 新機組:高速軸訊號



圖 21. 舊機組:高速軸訊號

從表 5 中可觀察到各個測量分析點的健康診斷指標值趨勢,在 新機組中,雖然指標有上升趨勢,但其值都非常小,小於 0.1,因此 可評斷該機組的齒輪軸承狀況應無疑慮;但在舊機組中,行星齒輪、 中速軸、高速軸漸診斷指標值持續變大,且在幾個模態診斷下都超 過0.5,且越接近高速軸越明顯,因此判定損壞點應在高速軸,且265 Hz應為損壞特徵頻率或其諧振。

健康指標(四組診斷值取平均)			
	新機組	舊機組	
行星齒	0.02	0.07	
低速軸	0.05	<u>0.38</u>	
中速軸	0.04	<u>0.39</u>	
高速軸	0.08	<u>0.51</u>	

表 5. 新舊機組各個位置之診斷指標值

若以額定轉速為基準 16.7 RPM(0.278Hz)推算,高速軸齒頻率為 33.627 Hz,23 齒嚙合頻率為 773.42 Hz。在高速軸有較明顯嚙合頻 率約 665 Hz (如圖 22 所示),應是嚙合的兩倍頻,若以 23 齒推算 665/2/23=14.46 Hz,轉速約為 867 RPM,齒轉速與現場觀測的 900rpm 接近,應在人為觀測與時間差的誤差範圍內。



圖 22. 高速軸訊號

若以此轉速 867rpm(14.45Hz)為基準頻率,以 NSK 線上的頻率 計算工具[24]可得到如下表 6 的數值,包含基本軸承規格以及特定 的特徵頻率。由此可發現其內環的損壞特徵頻率為 <u>136.3Hz</u>,與前面 診斷分析高速軸之解調頻譜有諧振約 <u>132.5</u>、265Hz 相當近,可間接 證明本此採用高頻解調的分析,可在未知軸承詳細規格下,由診斷 指標值中判斷故障的可能位置。換句話說,可知道設備中有故障, 一旦軸承規格可輸入,變可更精確的判定故障點在何處。而低速軸 量測點距離損壞點高速軸過於遙遠,能量較低,所以無顯示損壞。

表 6. 軸承損壞特徵值

型號	HR 30326J
滾珠數量	16
軸速	867 min <sup>-1</sup>
滾珠直徑	41.17 mm
節徑	205 mm
接觸角度	21.64 <del>O</del>
外徑(D)	280 mm
內徑(d)	130 mm
寬度(B)	63.75 mm
外環缺陷頻率 BPFO	94.879 Hz
內環缺陷頻率 BPFI	136.321 Hz
滾動元件缺陷頻率 BSF	76.038 Hz
支撐架轉速 FTF	355.795 min <sup>-1</sup>

(四) 小結

本次針對實際大型 2MW 機組的分析,採用高頻解調分析法,在 實際上風力機量測傳動齒輪箱與軸承的振動訊號,分別量測低速軸、 行星齒輪、中速軸及高速軸,共四處。從新舊機組的診斷比較結果, 發現舊機組的高速軸存在可能的損壞,亦從軸承規格得到驗證。不 過實際是否真有損壞,未來仍須該機組詳細深入檢查才能得到確認。 目前彰濱工業區該機組之齒輪箱已經從機艙拆下,等候檢查修復。

本工作項次驗證高頻解調方法的包絡頻譜較不會受到雜訊所影響,可以準確的分析出損壞軸承訊號以及透過不同位置量測診斷出 確切損壞位置。也證實此法運用在風力機傳動鏈故障診斷中能有效 監測傳動鏈的軸承健康狀況,且能提早做出早期損壞警告,避免後 面可能導致發電機甚至是齒輪箱的損壞。未來將持續透過更多的實 測訊號與分析的調整來精進此一方法於風力機的應用。 三、核研所 150kW 風力機動力測臺訊號分析

(一) 資料說明

本項次的分析乃根據委辦單位核研所所提供之,150kW 地面動 力測試台的振動訊號,進行訊號分析診斷。採用的方法與工具與前 述章節相同,唯針對不同的對象以及測量到的訊號趨勢進行分析與 討論。由於資料量非常大,但其實都是地面測試臺在相似環境下的 運轉資料,因此與委辦單位討論後,本次分析乃從中隨機取出一個 時間點,然後個別分析所測量的7個點位來交叉比較分析,以下為 分析結果與說明。

(二) 7/19 轉速 50RPM 之診斷分析

1. 點位一

第一個點位的分析結果顯示有3606Hz與4471Hz兩個高頻模態。 整體的評估指標,平均為0.17238,沒有觀察到異常。







圖 24 點位一分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜



圖 25 點位一分析結果-各個模態頻譜



圖 26 點位一分析結果-診斷指標

2. 點位二

第二筆點位的分析結果顯示有2541Hz與3879Hz兩個高頻模態。 從包絡線訊號來觀察,並沒有看到特殊的頻率異常。在最後整體的 評估指標,平均為0.12342,沒有觀察到異常。但是第19筆資料的 指標相對來說較高,這會在之後資料繼續評估。



圖 27 點位二分析結果-主畫面



圖 28 點位二分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜



圖 29 點位二分析結果-各個模態頻譜



圖 30 點位二分析結果-診斷指標

3. 點位三

此點位的分析結果顯示有 4902Hz 與 5714Hz 兩個高頻模態。這 邊的平均診斷值更低為 0.09248,但在第 19 筆 data 有突然變大的損 壞診斷值(從 0.01→0.8),在前面"點位二"與後面的"點位四"亦有量到 此現象,應是外部干擾造成(若是干擾源應是靠近點位三,因在點位 五則未量到此現象),亦或者齒輪間突有異物進入。



## 圖 31 點位三分析結果-主畫面



圖 32 點位三分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜



圖 33 點位三分析結果-各個模態頻譜



圖 34 點位三分析結果-診斷指標

4. 點位四

點位四的現象與點位三類似,都在第19筆資料出現了較大的差異,診斷指標從0.05→0.2,因此解讀為點位三附近有狀況。



## 圖 35 點位四分析結果-主畫面



圖 36 點位四分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜



圖 37 點位四分析結果-各個模態頻譜



圖 38 點位四分析結果-診斷指標

5. 點位五

低頻 1KHz 以下訊號複雜,其間參雜許多齒輪嚙合頻率,不易 分析損壞特性,一般 2KHz 以上則會是模態訊號,齒輪嚙合頻率不 易激發到這麼高頻(或能量相對減弱許多)。以 2KHz 以上模態分析, 診斷結果為並未有損壞情況發生。



圖 39 點位五分析結果-主畫面



圖 40 點位五分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜



圖 41 點位五分析結果-各個模態頻譜



圖 42 點位五分析結果-診斷指標

6. 點位六

此為馬達軸承訊號,因此在低頻部分則無明顯齒輪嚙合訊號。在 3836Hz與4320Hz兩模態都有明顯約82Hz諧振頻率,可能為軸承滾 子的訊號,但未有明顯損壞。



圖 43 點位六分析結果-主畫面



圖 44 點位六分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜



圖 45 點位六分析結果-各個模態頻譜



圖 46 點位六分析結果-診斷指標

7. 點位七

在 2689Hz 模態有明顯約 82Hz 諧振頻率與點位六同,可能為軸 承滾子的訊號,但未有明顯損壞。在 3790Hz 模態有明顯約 16.7Hz 諧振頻率,但非為軸承特徵頻率,應為轉速頻率 16.7Hz x60 = 1000RPM。



圖 47 點位七分析結果-主畫面



圖 48 點位七分析結果-兩個高頻模態的包絡線與頻譜



圖 49 點位七分析結果-各個模態頻譜



圖 50 點位七分析結果-診斷指標

(三) 小結

從前面的分析可得知,此次的訊號顯示動力測試臺並無明顯故障; 唯有在點位三四的第19筆資料觀察到異常,但可能是該時間點有干 擾源或是異物影響,並非真的故障。

點位	診斷指標 (平均)	指標 最大值	說明
1	0.1723	0.2	無明顯故障
2	0.1234	0.2	無明顯故障,第19筆資料差異大
3	0.0925	0.8	第 19 筆 data 損壞診斷值很高,可能為外部干
4	0.0541	0.19	擾, <u>或齒輪間突有異物進入</u>
5	0.0598	0.12	無明顯故障
6	0.2171	0.3	有明顯約 82Hz 諧振頻率,可能為軸承滾子的訊號,但未有明顯損壞。
7	0.0537	0.18	82Hz 諧振可能為軸承滾子的訊號,但未有明顯 損壞。16.7Hz 諧振應為轉速頻率 16.7Hz x60 = 1000RPM

表 7 核研所動力測試臺訊號分析-診斷指標彙整

四、1kHp 動力齒輪箱轉速分析

(一) 資料說明

為了多方驗證本研究方法的可行性,本團隊與齒輪廠商配合,以 一組 1kHP 的動力齒輪箱為對象,進行訊號的解讀分析。其尺寸規格 如下圖所示。



圖 51 資料七分析結果-診斷指標

(二) 分析結果

1. 2018/8/21 量測點 1-2 (第1 軸後方軸承處)



圖 52 1kHP 動力齒輪箱-量測點 1-2

- (1). 對照齒輪箱設計圖,右下角為第1軸(入力軸),齒數為18 齒, 嚙合第二軸為49 齒;
- (2).由帶通頻帶(紅色區域)解調嚙合頻率 556Hz,可獲得解調後的包絡訊號,約略由0.15sec到0.5sec共有4波[(0.5-0.15)/4=0.0875sec,1/0.875=11.4Hz],每波約有9小波(因齒數比約2.7,即齒輪嚙合時至少會有兩齒會同時接觸,力的波動至少減1/2以上),故為第1軸之轉動訊號。
- (3). 對應第1軸頻轉速率約為1/0.0875=11.4Hz(量測訊號值則為11.295Hz),故第1軸(入力軸)轉速計算值約為11.4Hz\*60=684Hz

(頻譜上量測訊號值則為 11.295Hzx60=677.7 RPM)。

(4). 由嚙合頻率 556Hz/轉速頻率 11.4Hz=48.8 齒 (頻譜上量測訊號值

則為 556Hz/11.295Hz=49.2 齒), 故吻合第 2 軸齒數 49 齒。

- (5). 由頻譜估算第2軸轉速則為684RPM/49x18=251.3 RPM。
- (6). 右側則為 Cepstrum 轉換分析頻譜, 上2 圖為帶通之分析結果圖;



下2圖則為低通之分析結果圖。

圖 53 量測點 2-2 (第2 軸後方軸承處)



圖 54 量測點 2-2 (第2 軸後方軸承處)

下圖(第 20 筆 Data)

- (1).由帶通頻帶(紅色區域)解調嚙合頻率 275.78Hz(另可發現在其2 倍頻位置有另一協波,但能量稍小),可獲得解調後的包絡訊號, 約略由0 sec 到 0.35sec 共有2波[0.35/2=0.175sec,1/0.175=5.71Hz], 每波約有15小波(因齒數筆約2.7,即至少有兩齒會同時接觸,力 的波動至少減1/2以上),故為第2軸之轉動訊號。
- (2). 對應第2軸轉速頻率約為5.71Hz(量測訊號值則為5.66Hz),故第2軸轉速為約為5.71Hz\*60=342.6 RPM(量測訊號值則為5.66Hzx60=339.6 RPM)。

- (3). 由嚙合頻率275.78Hz/轉速頻率5.71Hz=48.3 齒 (頻譜上量測訊號 值則為275.78Hz/5.66Hz=48.7 齒),故吻合第2軸齒數49 齒。
  (4). 由頻譜估算第1軸轉速則為339.6 RPM/18x49=924.47 RPM。
- (5). 右側則為 Cepstrum 轉換分析頻譜, 上2圖為帶通之分析結果圖;

下2圖則為低通之分析結果

上圖(第1筆 Data)

- (6). 此帶通頻帶(紅色區域)解調嚙合頻率 538.1Hz,但其為前一尖峰 頻率之2倍頻,故此同為第2軸之轉動訊號。由此頻帶可獲得解 調後的包絡訊號,約略由 0.08sec 到 0.44sec 共有 4 波 [(0.44-0.08)/4=0.09sec, 1/0.09=11.1Hz]。
- (7). 由嚙合頻率 538.1Hz/轉速頻率 11.1Hz=48.5 齒 (頻譜上量測訊號

值則為 538.1Hz/10.94Hz=49.1 齒), 故吻合第 2 軸齒數 49 齒。

(8). 同前 1~5 項的解析,由頻譜估算第 2 軸轉速應為 10.94/2 x60=

328.2 RPM, 而第1軸轉速則為 328.2 RPM/18x49=893.4 RPM。

(9). 右側則為 Cepstrum 轉換分析頻譜, 上2 圖為帶通之分析結果圖;

下2圖則為低通之分析結果圖。

理論上,在頻譜上嚙合頻率會有兩轉軸轉速頻率之側頻,但一般會 是量測點所在之轉軸的轉速頻率能量較大,此筆訊號為明顯佐證。 2. 2018/7/9 量測點 1-2 (第 1 軸後方軸承處)



圖 55 量測點 1-2 (第1 軸後方軸承處)

- (1).由帶通頻帶(紅色區域)解調嚙合頻率 560Hz,可獲得解調後的包絡訊號,由小波解析頻譜可發現第1軸與第2軸的對應轉速頻率分別應約為 560Hz/49 齒=11.43Hz 與 11.43/49\*18=4.2Hz,但因取樣時間僅1秒,頻域的解析度僅約 1Hz,故會有較大誤差。
- (2). 嚙合頻率 560Hz 兩側會有兩轉軸的轉速側頻,當轉軸不平衡度 高則側頻亦會變大;由解析頻域可發現對應第1軸的側頻較對應 第2軸的側頻大。

(3). 由訊號頻譜圖可發現在 280Hz 似乎有 1 組嚙合頻率,但因能量

遠低於此嚙合頻率 560Hz,一般協波頻率能量應是愈低頻有較高 的趨勢,因此較不可能為2倍頻協波頻率。其成因可能是輕微的 轉軸歪斜所致。

(4). 由嚙合頻率560Hz估算第1軸轉速則為11.43Hzx60=685.8 RPM、
第2軸轉速則為4.2Hzx60=252RPM。

(5). 右側則為 Cepstrum 轉換分析頻譜, 上2 圖為帶通之分析結果圖;

下2圖則為低通之分析結果圖。

理論上,在頻譜上嚙合頻率會有兩轉軸轉速頻率之側頻,但一般會 是量測點所在之轉軸的轉速頻率能量較大,此筆訊號為明顯佐證。



圖 56 量測點 2-2 (第2 軸後方軸承處)

- 由帶通頻帶(紅色區域)解調嚙合頻率 280Hz,可獲得解調後的包 絡訊號,由小波解析頻譜可發現第2軸與第1軸的對應轉速頻率 分別應約為 280Hz/49 齒=5.71Hz 與 5.71/18\*49=15.54Hz,但因取 樣時間僅1秒,頻域的解析度僅約 1Hz,故會有較大誤差。
- 3. 由嚙合頻率 280Hz 估算第 2 軸轉速則為 5.71Hzx60= 342.6 RPM、
   第 2 軸轉速則為 15.54Hzx60= 932.4 RPM。
- 右側則為 Cepstrum 轉換分析頻譜,上2圖為帶通之分析結果圖;
   下2圖則為低通之分析結果圖。

理論上,在頻譜上嚙合頻率會有兩轉軸轉速頻率之側頻,但一般會 是量測點所在之轉軸的轉速頻率能量較大,此筆訊號為明顯佐證。

#### 叁、主要發現與結論

在許多振動檢測的方法中,高頻解調分析法雖然已經行之有年, 但是在風力發電機的領域上卻是相對新穎的應用;特別是風力機傳 動鏈上的各個元件,包含齒輪箱、軸、軸承等,是一個相對難處理 的技術應用。但從本次研究可發現,可以準確的分析出損壞軸承訊 號以及透過不同位置量測診斷出確切損壞位置。也證實此法運用在 風力機傳動鏈故障診斷中能有效監測傳動鏈的軸承健康狀況,且能 提早做出早期損壞警告,避免後面可能導致發電機甚至是齒輪箱的 損壞。未來將持續透過更多的實測訊號與分析的調整來精進此一方 法於風力機的應用。

另外,從核研所動力測臺的訊號中,雖然沒有發現明顯故障,但 也可以察覺眾多點數資料的差異性,而判斷某個資料測量時間點, 或許有一些不同的干擾近來。當資料樣本數增加,此異常現象應可 排除。但也間接說明了本方法的有效性。最後,透過一動力齒輪箱 的訊號,觀察帶通頻帶、嚙合頻率、Cepstrum 來相互驗證,也觀察 到了應有的現象,以及發現轉軸的可能輕微歪斜問題。

總上所述,本年度研究在不同的實際機臺上進行實測驗證,基本 上都能夠有效的分析,且進行故障診斷。尤其在大型風力機組的分

析上,從新舊機組的比較,相互驗證可得知,舊機組的確存在了明 顯的故障。未來,此方法可持續地從更多實際訊號來進行判讀分析, 從中得知各種不同廠牌機組之間是否有特殊的差異,以及診斷方法 的精進調整,以求更準確的預測。

#### 肆、參考文獻

- Variational Mode Decomposition Applied to Offshore Wind Turbine Rolling Bearing Fault Diagnosis.
- [2] Survey of failures in wind power systems with focus on Swedish wind power plants during 1997-2005
- [3] B. Lu, Y. Li, X. Wu, and Z. Yang, "A review of recent advances in wind turbine condition monitoring and fault diagnosis," in Proc. IEEE Symp. Power Electron. Mach. Wind Appl., Jun. 24–26, 2009, pp. 1–7.
- [4] Z. Daneshi-Far, G. A. Capolino, and H. Henao, "Review of failures and condition monitoring in wind turbine generators," in Proc. XIX Int. Conf. Elect. Mach., Sep. 6–8, 2010, pp. 1–6.
- [5] F. Napolitano, M. Paolone, A. Borghetti, C. A. Nucci, A. Cristofolini, C. Mazzetti, F. Fiamingo, and M. Marzinotto, "Models of wind-turbine main-shaft bearings for the development of specific lightning protection systems," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 53, no. 1, pp. 99–107, Feb. 2011.
- [6] C. A. Walford, "Wind turbine reliability: understanding and minimizing wind turbine operation and maintenance costs," Sandia National Laboratries, Rep. SAND2006-1100, Mar. 2006.
- [7] C. Hatch, "Improved wind turbine condition monitoring using acceleration enveloping," Orbit, pp. 58-61, 2004.
- [8] Dalili N, Edrisy A, Carriveau R. A review of surface engineering issues critical to wind turbine performance. Renewable and Sustainable Energy Reviews 2009;13:428-38.
- [9] Roshan-Ghias A, Shamsollahi MB, Mobed M, Behzad M. Estimation of modal parameters using bilinear joint time-frequency distributions. Mechanical Systems and Signal Processing 2007;21:2125-36.
- [10] Padovese LR. Hybrid time-frequency methods for non-stationary mechanical signal analysis. Mechanical Systems and Signal Processing 2004;18:1047-64
- [11] Randall R B, Antoni J, Rolling element bearing diagnostics-a tutorial, Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(2): 485-520.
- [12] Wind turbine fault diagnosis based on Morlet wavelet transformation and Wigner-Ville distribution.
- [13] Bearing Fault Diagnosis for Direct-Drive Wind Turbines via Current-Demodulated Signals.
- [14] W. J. Staszewski, G. R. Tomlinson, Application of the wavelet transform to fault detection in a spur gear, Mechanical System and Signal Processing 8(3) (1994) 289-307.
- [15] D. Boulahbal, M.F. Golnaraghi, F. Ismail, Amplitude and Phase Wavelet Maps for the Detection of Cracks in Geared Systems, Mechanical Systems and Signal Processing 13(3) (1999) 423-436.
- [16] J. Lin, L. Qu, Feature Extraction Based on Morlet Wavelet and its Application for Mechanical Fault Diagnosis, Journal of Sound and Vibration 234(1) (2000) 135-148.
- [17] Y. Ohue, A. Yoshida, M. Seki, 2004, Application of the Wavelet Transform to Health Monitoring

and Evaluation of Dynamic Characteristics in Gear Sets, Proceedings of the IMechE Journal of Engineering Tribology 218(1) (2004) 1-11.

- [18] M. E. Badaoui, J. Antoni, F. Guillet, J. Danière, P. Velex, Use of the moving cepstrum integral to detect and localise tooth spalls in gears, Mechanical System and Signal Processing 15(5) (2001) 873-885.
- [19] N. J. Wismer, Gearbox Analysis using Cepstrum Analysis and Comb Liftering, Application Note Brüel & Kjær 1994.
- [20] W. Wang, Early Detection of Gear Tooth Cracking Using the Resonance Demodulation Technique, Mechanical Systems and Signal Processing 15(5) (2001) 887-903.
- [21] R. (n.d.). A Vibration Signal Analysis based on the System Resonance Frequency on the Bearing Defeat Diagnosis. Retrieved from https://etds.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gsweb.cgi/ccd=Czmuq./ record?r1=1&h1=0
- [22] G. Dalpiaz, A. Rivola, R. Rubini, Effectiveness and Sensitivity of Vibration Processing Technique for Local Fault Detection in Gears, Mechanical Systems and Signal Processing 14(3) (2000) 387-412.
- [23] Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schafer, From Frequency to Quefrency: A History of the Cepstrum, IEEE Signal Processing Magazine 21(5) (2004) 95-106.
- [24] NSK Bearing Guide, website: http://www.jp.nsk.com/app02/BearingGuide/html/bearing6843.htm, accessed on 11/9/2018.