

行政院原子能委員會
委託研究計畫研究報告

中小型風力發電系統振動分析與減振研究
Vibration Analysis and Reduction of Small and
Medium Size Wind Turbines

計畫編號：1042001INER029

受委託機關(構)：國立中央大學

計畫主持人：黃以玫

聯絡電話：0928 089 900

E-mail address：t330005@cc.ncu.edu.tw

核研所聯絡人員：賴文政

報告日期：2015 年 12 月 15 日

目 錄

| | |
|-------------------------|----|
| 目 錄..... | I |
| 中文摘要..... | 1 |
| 英文摘要..... | 2 |
| 壹、計畫緣起與目的..... | 3 |
| 一、計畫緣起..... | 3 |
| 二、目的..... | 3 |
| 貳、研究方法與過程..... | 4 |
| 一、齒輪..... | 4 |
| (一) 齒輪剛度模型..... | 4 |
| (二) ANSYS 模型與變形量計算..... | 5 |
| (三) 嚙合剛度..... | 8 |
| (四) 齒輪組動態模擬..... | 10 |
| 二、軸承..... | 12 |
| (一) 軸承理論模型..... | 12 |
| (二) 軸承損壞模型..... | 17 |
| 參、主要發現與結論..... | 19 |
| 一、齒輪..... | 19 |
| (一) 主要發現..... | 19 |
| (二) 結論..... | 25 |
| 二、軸承..... | 26 |
| (一) 主要發現..... | 26 |
| (二) 結論..... | 28 |
| 肆、參考文獻..... | 29 |

中文摘要

齒輪組是被廣泛應用於機械上的傳動元件，對於風機而言更是占據能量轉換的樞紐位置，齒輪組維修不易，一旦損壞將會造成嚴重損失。軸承為支撐轉動件的機械元件，在風機中不管是主軸還是齒輪箱中都需要依靠軸承來提供轉動件支撐力；由於裝配問題、突然的衝擊與潤滑等其他不可控制因素會讓軸承的軌道出現破壞影響轉動的狀況。齒輪組與軸承的損壞可以從其振動訊號中檢測出來，亦可從風機的振動頻譜中分析出初期的損壞特徵。

本研究利用有限元素軟體 ANSYS 分析齒輪的嚙合剛度，並用 Matlab 計算出振動量對時間的響應，找出無裂縫與有裂縫的頻譜特徵以建立判斷準則來決定齒輪的更換與否。軸承則利用赫茲接觸理論來計算接觸應力，並加入外環破壞缺陷或內環缺陷來計算出接軸承力的變化，軸承力將激振系統產生不同的振動，供判別軸承破損之用。

英文摘要

This research focuses on the vibration of certain elements in a wind turbine. The project will study the dynamic characteristics of subsystems, gearbox and bearing, in the wind turbine. The vibration responses of the gearbox or bearing are predicted. The results of the project can provide the primary information for future development of condition monitoring and fault diagnosis system of wind turbines.

壹、計畫緣起與目的

一、計畫緣起

近年來，全球風電市場成長快速，大型風力發電以替代基載電力為主，而中小型風力發電主要做為小型家用式分散電源及偏遠地區電力來源。未來風力機市場仍深具發展潛力。風力發電機除了追求性能提升之外，應用時之首要考量即是安全性，而風機如有突發故障，維修一次即花費許多精力、時間與營運成本。故本計畫之長遠目標在發展風機故障診斷系統，希望能在風機發生嚴重故障之前即判斷出需要維修，以期能在故障發生的初期即能在定期維修時將問題解決，以增進風機使用時之妥善率與安全性。

二、目的

本計畫將著重於風力發電機組之故障偵測，並將其應用於核研所研發之 150kW 風力機。本計畫擬專注於非直驅式風機最主要的故障來源，即風機中的齒輪箱與軸承，並以分析振動訊號之方法，預估齒輪箱或軸承是否故障。計畫初期，將先進行參考文獻之蒐集與整理，以了解目前此研究之最新趨勢，之後針對所選定之組件(齒輪箱或軸承)，擬採用理論方法或有限元素(FEM)數值模擬軟體求解風機組件的動態反應，以得到正常組件與故障時不同的振動訊號，分析其特點，再用適當的訊號處理方法做分析，以判斷出系統是否故障。本計畫之結果可提供未來發展風機故障診斷系統之基本資料。

貳、研究方法與過程

本文主要探討齒輪箱中之齒輪與軸承的頻譜特徵，因此在此處將齒輪與軸承分開探討。

一、齒輪

(一) 齒輪剛度模型

齒輪在轉動的過程中會產生振動，其原因可能來自加工誤差、裝配誤差、齒型的不正確，也有可能是來自其齒輪本身的損壞，此處主要討論由齒輪裂縫造成的振動。

由裂縫造成的振動，會反映在嚙合剛度的變化上[1]。每一對齒的嚙合剛度可以簡化成基圓、齒、赫茲接觸的等效彈簧常數。主動輪的三個等效彈簧常數可串聯成 K_D ，從動輪等效彈簧常數串聯成 K_d ， K_D 與 K_d 再串聯成 K (見圖 1)，如下式

$$\begin{aligned}\frac{1}{K_D} &= \frac{1}{K_{D,B}} + \frac{1}{K_{D,T}} + \frac{1}{K_{D,C}} \\ \frac{1}{K_d} &= \frac{1}{K_{d,B}} + \frac{1}{K_{d,T}} + \frac{1}{K_{d,C}} \\ \frac{1}{K} &= \frac{1}{K_D} + \frac{1}{K_d}\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $K_{D,B}$ 表示主動輪基圓等效彈簧常數、 $K_{D,T}$ 表示主動輪齒等效彈簧常數、 $K_{D,C}$ 表示赫茲接觸等效彈簧常數、 K_D 表示主動輪等效彈簧常數、下標 D 表主動輪、 d 表從動輪。

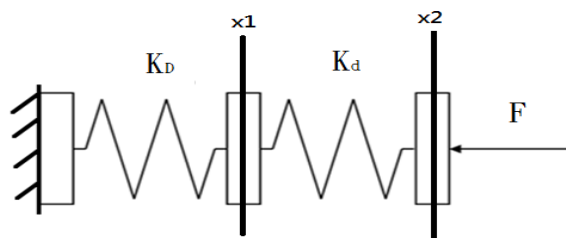


圖 1 一個接觸對的嚙合剛度示意圖

齒輪的一齒與另一個齒輪的齒接觸成為一個接觸對，若討論有 n 對齒接觸的模型，則每一對齒之間的剛度需並聯，如

$$K = \sum_{n=1}^i K_i \quad \text{for } i=1,2,3 \quad (2)$$

其中 K_i 為第 i 對齒的串聯等效彈簧常數，本文螺旋齒輪組最多有三對齒接觸。

(二) ANSYS 模型與變形量計算

1. ANSYS 分析流程

本研究中齒輪材料為結構鋼，系數如表 1。齒輪組用於 150kw 風機齒輪箱，主動輪為 70 齒大齒輪，從動輪為 18 齒的小齒輪，齒輪參數如表 2。

表 1 齒輪材料性質

| 機械性質 | 數值(單位) |
|--------|------------------------|
| 密度 | 7850 kg/m ³ |
| 楊氏模數 | 210 GPa |
| 蒲松比 | 0.3 |
| 拉伸降伏強度 | 250 GPa |

表 2 齒輪參數表

| 主動輪 | | 從動輪 | |
|------|---------|------|---------|
| 模數 | 8 | 模數 | 8 |
| 節圓半徑 | 280(mm) | 節圓半徑 | 72(mm) |
| 壓力角 | 20 | 壓力角 | 20 |
| 齒數 | 70 | 齒數 | 18 |
| 齒寬 | 140(mm) | 齒寬 | 140(mm) |
| 螺旋角 | 6° | 螺旋角 | 6° |
| 移位系數 | -0.4354 | 移位系數 | 0.198 |

ANSYS 網格的設定需針對有接觸的地方特別細分[2]。本研究中接觸區域設定大小在 1 mm，並且慢慢增大到 2mm，並在最外層加大到 4mm，如圖 2 所示。收斂性分析的結果顯示在總網格數達到 20 萬個網格之後變形量與應力都會到達收斂。

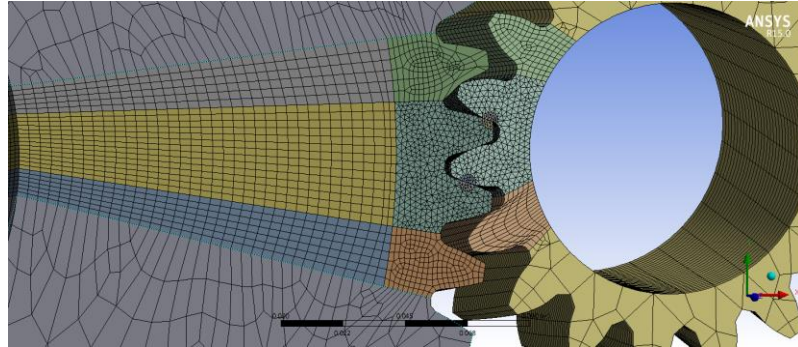


圖 2 齒輪嚙合之網格劃分

本研究中求解齒輪剛度時，ANSYS 邊界條件如下所述。將一齒輪(從動輪)固定，而另一齒輪(主動輪)施一個靜態扭矩(力矩)，以求得固定的齒輪的變形量(如圖 3)，以便再計算剛度。而下一步驟需令二齒輪的邊界條件反轉，以求解另一齒輪的變形與剛度。本研究中齒與齒之間的接觸設定選擇無摩擦(frictionless)赫茲接觸。最後計算二齒接觸面的總力與平均位移，推估齒輪之接觸剛度。

當考慮齒輪有裂縫時，假設裂縫在大齒輪的其中一齒上，長度為 5mm 或 11mm，裂縫寬度為 1mm。

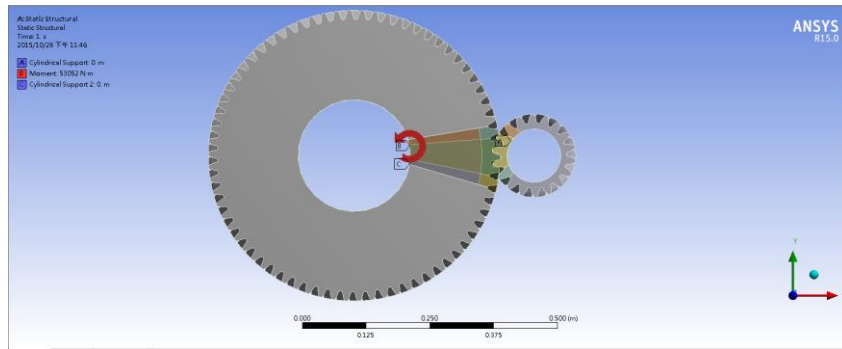


圖 3 齒輪剛度計算邊界條件

2.接觸力

先計算二齒接觸面 (如圖 4)的總力，為了簡化分析，此處將接觸線上的變形取平均值，力與變形量代入嚙合剛度的模型中可求解嚙合剛度。並且為了驗證有限元素法的準確度，利用有限元素法所得的接觸力和力臂長度反推是否等於當初設定時的外加力矩，45rpm 轉速時大齒輪和小齒輪分別傳輸 31830.99 N-m 和 8185.11 N-m 的力矩，因此可在 ANSYS 中小齒輪處輸入力矩 8185.11 N-m，反推大齒輪力矩，表 3 為 ANSYS 計算所得之力矩與外加力矩之比較，其誤差約在 5%左右。

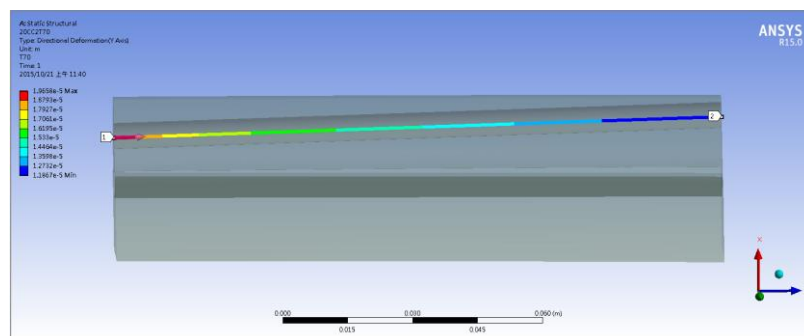


圖 4 齒輪接觸面

表 3 45rpm 施加力矩與誤差

| 大齒輪力矩: 31830.99 N-m | | |
|------------------------|----------|-------|
| 角度 | 力矩 N-m | 誤差 |
| 0.000 ° | 33432.54 | 5.03% |
| 0.514 ° | 33348.66 | 4.77% |
| 1.029 ° | 33417.54 | 4.98% |
| 1.543 ° | 33384.72 | 4.88% |
| 2.057 ° | 33402.76 | 4.94% |
| 2.572 ° | 33441.83 | 5.06% |
| 3.086 ° | 33551.00 | 5.40% |
| 3.600 ° | 33416.60 | 4.98% |
| 4.114 ° | 33341.46 | 4.75% |
| 4.629 ° | 33404.39 | 4.94% |
| 5.143 ° | 33435.59 | 5.04% |

(三) 嚙合剛度

1. 嚙合剛度計算

嚙合剛度(或稱接觸剛度)可以簡單的以 $K = F / \delta$ 描述, F 為接觸力、 δ 為變形量。總變形量 $\delta = \delta_D + \delta_d$ 為大小而齒輪相加, 其中 δ_D 為主動輪接觸線變型量, δ_d 為從動輪接觸線變型量。即 K_i 是 K_D 和 K_d 的串聯, 因此透過下式

$$K_i = \frac{F}{\delta} = \frac{F}{\delta_D + \delta_d} = \frac{1}{\frac{1}{K_D} + \frac{1}{K_d}} \quad (3)$$

可以找到每一個接觸對的嚙合剛度, 最後則把不同接觸對的剛度並聯, 就是總嚙合剛度。

2.有裂縫與無裂縫剛度比較

圖 5 為 55rpm(主動輪轉速)無裂縫各接觸對之剛度比較 (ANSYS 模擬結果)，除了 3 個角度(0 度、2.5715 度和 5.143 度)有 3 個接觸對之外，其他點都是 2 個接觸對。接觸 2 和接觸 3 的後半部相似，而接觸 4 和接觸 3 的前半部相似，分別是齒將分離與開始嚙合的階段，接觸 3 則是一個齒從開始嚙合到分離為止完整接觸，當有裂縫產生時接觸 3 會明顯降低 (圖 6)，而另外的接觸則因為沒有裂縫影響而維持原來的剛度，這就是總體剛度改變的來源。

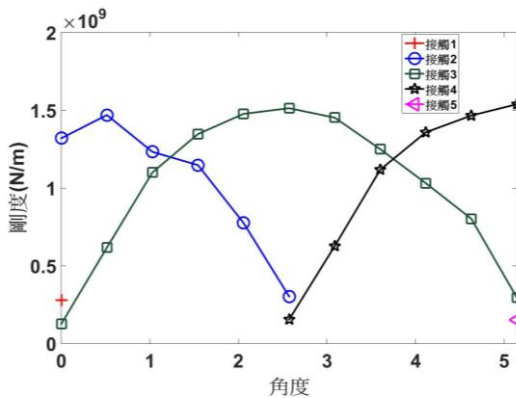


圖 5 55rpm 各接觸對之剛度

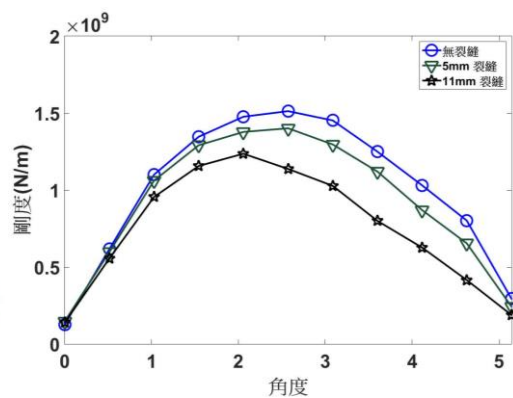


圖 6 55rpm 接觸 3 剛度

在圖 7 表示在一對齒接觸的過程中嚙合剛度的變化，圖中顯示嚙合剛度之變化可以分成四個區域，由剛開始接觸 (角度小) 時剛度漸漸增大至最大，剛度再隨角度大增大下降至最小 (約位於嚙和過程之中點)，其後隨接觸角度增加而剛度再增大，最後一區域剛度下降而終至連貫到下一對齒之接觸。圖 7 也顯示當裂縫增長時，嚙合剛度會稍微變小，尤其在中間剛度最低點時，變化特別多。

圖 8 是不同轉速無裂縫齒輪剛度比較，在不同的轉速，嚙合剛度會改變，轉速越大則剛度越小，主因是各齒間的接觸為赫茲接觸，為非線性接觸，因此在不同轉速下的接觸狀況與接觸力大小並不相同。

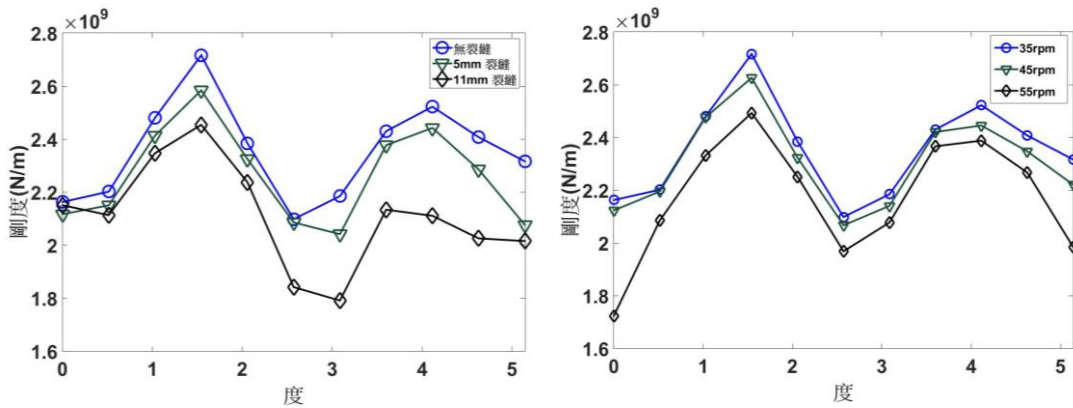


圖 7 35rpm 齒輪組嚙合剛度 圖 8 不同轉速無裂縫齒輪嚙合剛度

(四)齒輪組動態模擬

將二個齒輪利用集中質量法和拉格朗方程式建立出集中質量數學模型(圖 9)，運動方程式如下[3]

$$\begin{aligned}
 I_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} + cr_{b1} \left(r_{b1} \frac{d\theta_1}{dt} - r_{b2} \frac{d\theta_2}{dt} \right) \\
 + r_{b1} K(t) (r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2) = T_1 \\
 I_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} - cr_{b2} \left(r_{b1} \frac{d\theta_1}{dt} - r_{b2} \frac{d\theta_2}{dt} \right) \\
 - r_{b2} K(t) (r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2) = -T_2
 \end{aligned} \tag{4}$$

其中 I 為轉動慣量、 θ 為齒輪角位移、 c 為阻尼、 r_b 為齒輪基圓半徑、 $K(t)$ 為嚙合剛度， T 為扭矩，下標 1 與 2 代表不同齒輪。此模型中將每一個齒輪視為一個轉動圓盤，齒嚙合效應則為嚙合彈簧 $K(t)$ 與等效阻尼 c ，而齒輪之角位移 $\theta(t)$ 並非齒輪真的轉動角度，而是在既有的定轉速角度上的微小擾動。

最後可以利用數值方法中的龍格-庫塔法(Runge-Kutta)求解動態方程式(4)，以得數值結果。

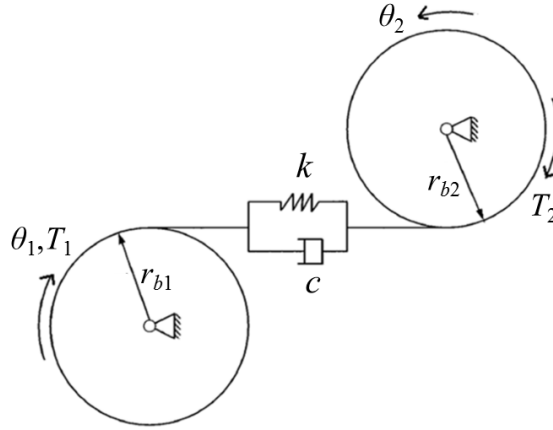


圖 9 齒輪組集中質量模型

在齒輪動態分析中，等效彈簧相對位移 $x = r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2$ 亦為關切焦點，可將式(4)改寫成

$$\left(\frac{I_1 I_2}{r_{b1}^2 I_2 + r_{b2}^2 I_1} \right) \ddot{x} + c\dot{x} + K(t)x = \left(\frac{I_1 I_2}{r_{b1}^2 I_2 + r_{b2}^2 I_1} \right) \left(\frac{T_1 r_{b1}}{I_1} + \frac{T_2 r_{b2}}{I_2} \right) \quad (5)$$

其中阻尼 $c = 2\zeta m_{eq} \omega_n$ 與式(4)相同，(5)式中 $m_{eq} = \frac{I_1 I_2}{r_{b1}^2 I_2 + r_{b2}^2 I_1}$ 為

等效質量、 $\zeta = 0.02$ 為阻尼比、自然頻率 $\omega_n = \sqrt{\frac{K_{avg}}{m_{eq}}}$ 、 K_{avg} 為平均剛度。

二、軸承

(一) 軸承理論模型

軸承的振動的成因來自承受負載的滾子為繞著軸心轉動的離散元件，滾子、外環與內環間的作用力關係會隨著滾子的相對移動而改變；而另一個造成振動的成因來自接觸面的幾何情況，會因為加工的精度與磨耗而影響，造成接觸面的破壞。本研究的方向為內環或外環接觸面破壞所產生的力量變化。

1. 接觸理論

軸承元件間的接觸理論模型為赫茲接觸，球面滾子軸承元件間的接觸面為橢圓形，以接觸元件的表面曲率特徵來運算出彈性變性量與軸承力。在赫茲理論中是以個別的接觸曲率做計算[6]，圖 10 為外環與單一滾子的接觸； x 方向曲率為滾子 x 方向曲率加上外環 x 方向曲， y 方向曲率亦類似，如下式所示

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{r_{Bx}} + \frac{1}{r_{Ax}} \quad \text{and} \quad \frac{1}{R_y} = \frac{1}{r_{By}} + \frac{1}{r_{Ay}} \quad (6)$$

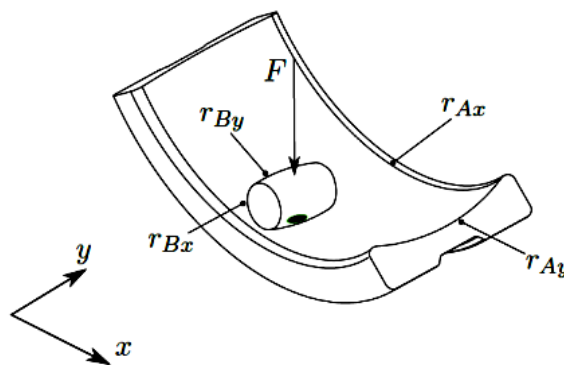


圖 10 赫茲接觸之曲率關係 [6]

本研究中所使用的軸承為 FAG 21322(圖 11)其參數如表 4，其中 ϕ_0 為接觸角， r_r 為滾子的曲率半徑， d_r 為滾子直徑， d_p 為節圓直徑， r_{in} 與 r_{out} 分別為內環曲率半徑與外環曲率半徑。對於球面滾子軸承而言，同時有內環對滾子與外環對滾子兩個接觸對，其曲率對應為圖 12 與表 5，其中曲率半徑上標的 *in*、*out* 為接觸對在內環或外環、下標的 *A* 為滾子、下標的 *B* 為內環或外環，使用式(6)的接觸曲率前需將軸承的幾何參數轉換成對應的曲率(見表 5)。

表 4 軸承參數表

| | |
|-----------|--------------|
| ϕ_0 | 7.92° |
| d_r | 29mm |
| B | 90mm |
| r_{in} | 106.61mm |
| r_{out} | 106.61mm |
| r_r | 103.95mm |
| d_p | 175mm |
| Z(單邊滾珠數) | 16 |

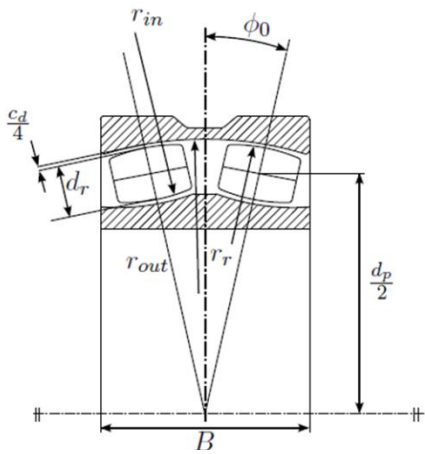


圖 11 FAG 21322 軸承[7]

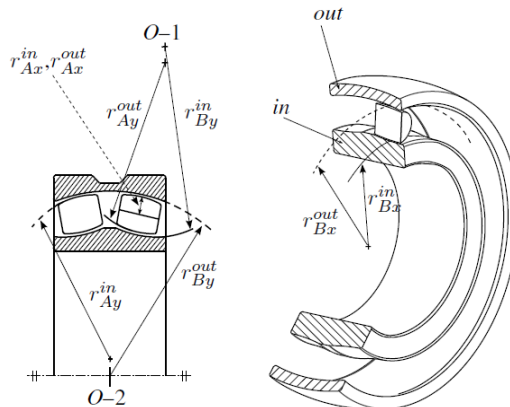


圖 12 球面滾子軸承曲率關係 [7]

表 5 滾子接觸曲率對應關係

| | |
|---|--|
| $r_{Ax}^{in} = \frac{d_r}{2}$ | $r_{Ax}^{out} = \frac{d_r}{2}$ |
| $r_{Ay}^{in} = r_r$ | $r_{Ay}^{out} = r_r$ |
| $r_{Bx}^{in} = \frac{d_p - d_r \cos \phi_0 - \frac{c_d}{2} \cos \phi_0}{2 \cos \phi_0}$ | $r_{Bx}^{out} = \frac{d_p + d_r \cos \phi_0 + \frac{c_d}{2} \cos \phi_0}{2 \cos \phi_0}$ |
| $r_{By}^{in} = -r_{in}$ | $r_{By}^{out} = -r_{out}$ |

2. 接觸變形量

由圖 12 的內環與外環相對位移關係以 O-1 與 O-2 的內部曲率中心與外部曲率中心定義起始距離 A_0 為

$$A_0 = \left| \frac{d_p}{2} \right| + \left| r_{B|y}^n - d_r \frac{c_d}{2} \right| \quad (7)$$

在定義內環的軸向偏移為 e_z 、徑向平面以 e_x 、 e_y 來定義軸心位移量，並且將 β_j^i 定義為各個滾子所對應的角度 (i 為單邊滾珠的序號，而 j 為滾珠列數)，其關係圖為圖 13。

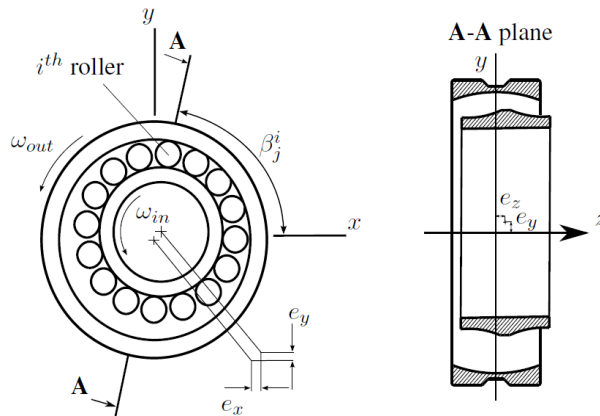


圖 13 軸心偏移與軸承幾何關係圖 [7]

所以能夠導出徑向與軸向的位移量 δ_{rj}^i 、 δ_{zj}^i 為

$$\delta_{rj}^i = A_0 \cos(\phi_0) + e_x \cos(\beta_j^i) + e_y \sin(\beta_j^i) \quad (8)$$

$$\delta_{zj}^i = A_0 \sin(\phi_0) + e_z \quad (9)$$

而各個滾子的位移 $A(\beta_j^i)$ 能由式(8)、(9)計算出

$$A(\beta_j^i) = \sqrt{(\delta_{rj}^i)^2 + (\delta_{zj}^i)^2} \quad (10)$$

由式(10)計算出各滾子所對應的內環與外環間的距離 $d(\beta_j^i)$

$$d(\beta_j^i) = |r_{By}^{out}| + |r_{By}^{in}| - A(\beta_j^i) \quad (11)$$

最後由式(11)計算出各滾子壓縮量 $\delta_{\beta_j^i}$ 與所對應的接觸角 ϕ_j^i

$$\delta_{\beta_j^i} = d_r - d(\beta_j^i) \quad (12)$$

$$\phi_j^i = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_{zj}^i}{\delta_{rj}^i} \right) \quad (13)$$

3. 軸承力計算

計算軸承力時，先計算出各個滾子的接觸力，首先先使用由式(6)所使用的曲率計算出接觸剛度係數 K_{con}

$$K_{con} = \pi k e E' \sqrt{\frac{R\xi}{4.5\xi^3}} \quad (14)$$

其中 E' 為等效模數，可以下式計算

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu_A^2}{E_A} + \frac{1-\nu_B^2}{E_B} \right) \quad (15)$$

其中 ν 為樸松比，而 A 與 B 分別為不同的接觸元件，而 ξ 、

ζ 、 ke 皆可由式(2)計算出其關係如下

$$K_e = 1.033 \frac{R_y}{R_x} (0.6)^{\zeta} \quad (16)$$

$$\xi = 1.000 + 3 \cdot 0.5 \frac{R_x}{R_y} \quad (17)$$

$$\zeta = 1.527 + 7 \cdot 0.60 \frac{R_y}{R_x} \quad (18)$$

能由式(14)分別計算出內環與滾子的接觸剛度與外環與滾子的接觸剛度，再將其合併計算出總軸承接觸剛度 K_{con}^{tot} ：

$$K_{con}^{tot} = \frac{1}{\left[(K_{con}^{in})^{-2/3} + (K_{con}^{out})^{-2/3} \right]} \quad (19)$$

最後結合式(9)與式(16)就能計算出各個滾子的接觸力量 F_j^i

$$F_j^i = K_{con}^{tot} (\delta_{\beta_j^i})^{3/2} \quad (20)$$

將所有的接觸力與其對應的位置與接觸角就能算出軸承所承受的總力為

$$F_x^b = - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^N F_j^i \cos \phi_j^i \cos \beta_j^i \quad (21)$$

$$F_y^b = - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^N F_j^i \cos \phi_j^i \sin \beta_j^i \quad (22)$$

$$F_z^b = - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^N F_j^i \sin \phi_j^i \quad (23)$$

(二) 軸承損壞模型

1. 外環損壞

當軸承的軌道出現破壞時，當滾子碰觸到缺陷時的接觸變形量與曲率關係都會改變，其幾何關係圖為圖 14， $\delta_{\beta_j^i}^+$ 為缺陷的深度與轉動角度的函數，當滾子轉動時碰到缺陷時其接觸變形量為

$$\delta(\beta_j^i)_D = d_r - d \beta_j^i + \delta_{\beta_j^i}^+ \quad (24)$$

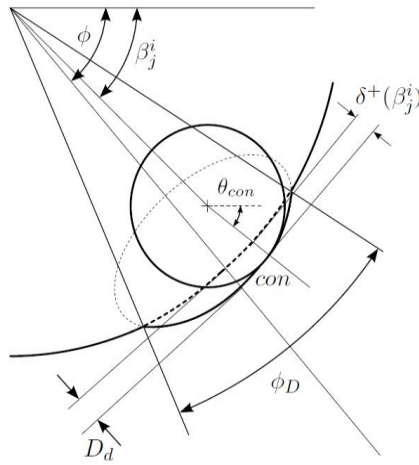


圖 14 外環破壞幾何關係圖[7]

當遇到缺陷時，所改變的曲率為 r_{Bx}^{out}

$$r_{Bx}^{out} = \frac{m_e n_e}{(m_e^2 \sin \tau + n_e^2 \cos \tau)^{3/2}} \quad (25)$$

其中 m_e 與 n_e 分別為圖 14 中虛線的長軸與短軸，

$\tau = \tan^{-1}\left(\frac{m_e}{n_e} \tan \phi\right)$ 。從新計算出的接觸力在遇到缺陷時其

關係為

$$F_{j,D}^i = K_{con,D}^{tot} (\delta(\beta_j^i)_D)^{3/2} \cos(\beta_j^i - \theta_{con}) \quad (26)$$

2. 內環損壞

計算接觸力的方式與外環損壞損壞的方式雷同，只有在接觸變形量的關係上有所差異，見圖 15，圖中壓縮量可表為

$$\delta(\beta_j^i)_D = -d_r + d \beta_j^i + \delta_{\beta_j^i}^+ \quad (27)$$

所計算出的接觸力在遇到缺陷時其關係為

$$F_{j,D}^i = K_{con,D}^{tot} (\delta(\beta_j^i)_D)^{\frac{3}{2}} \cos(\beta_j^i - \theta_{con}) \quad (28)$$

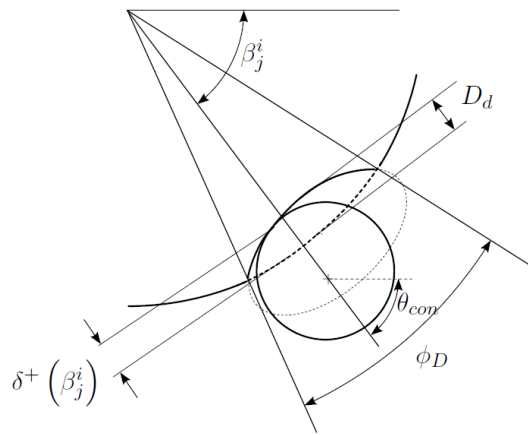


圖 15 內環破壞幾何關係圖[7]

參、主要發現與結論

一、齒輪

(一)主要發現

1. 無裂縫頻譜特徵

表 6 為不同轉速下齒輪對 1-3 倍頻幅值總合，表中顯示顯示之變化並不如文獻中明顯，因此再分析完無裂縫與有裂縫之頻譜特徵後必須使用另一種檢測方式。[5]

嚙合頻率是齒輪在轉動時齒與齒接觸的頻率。同一組齒輪，在不同的轉速下會有不同的嚙合頻率，而嚙合頻率 f_m 可以齒數乘以轉速計算而得，二齒輪之嚙合頻率相同。

圖 16 顯示在 35rpm 時的，嚙合頻率為 40.83Hz，而其最大的幅值會出現在 81.67Hz，是嚙合頻率的二倍頻，此現象在許多類似的參考文獻中亦有記載[3,4]，原因與嚙合剛度隨時間的變化有關，如圖 7 與圖 8 所顯示的一個齒的嚙合剛度其實近似於二個 sine 波的圖形。圖 16 中 θ_1 明顯較 θ_2 大，因為 θ_2 是小齒輪的振動量，它的振幅遠比 θ_1 小。圖 17 為 45rpm 無裂縫的頻譜，其嚙合頻率為 52.5Hz，最大的幅值同樣出現在第二個嚙合頻率上。圖 18 為 55rpm 無裂縫的頻譜，嚙合頻率為 64.17Hz。

表 6 不同轉速下無裂縫齒輪對 1-3 倍頻幅值總合

| | 35rpm | 45rpm | 55rpm |
|---------|-------|--------|-------|
| 無裂縫 | 0.00% | 0.00% | 0.00% |
| 5mm 裂縫 | 0.02% | 0.75% | 0.58% |
| 11mm 裂縫 | 0.14% | 1.612% | 1.13% |

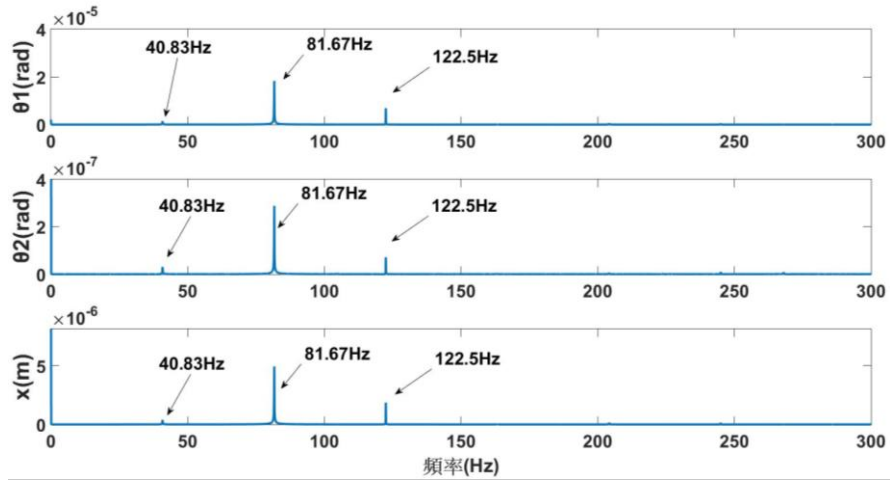


圖 16 35rpm 無裂縫頻域響應

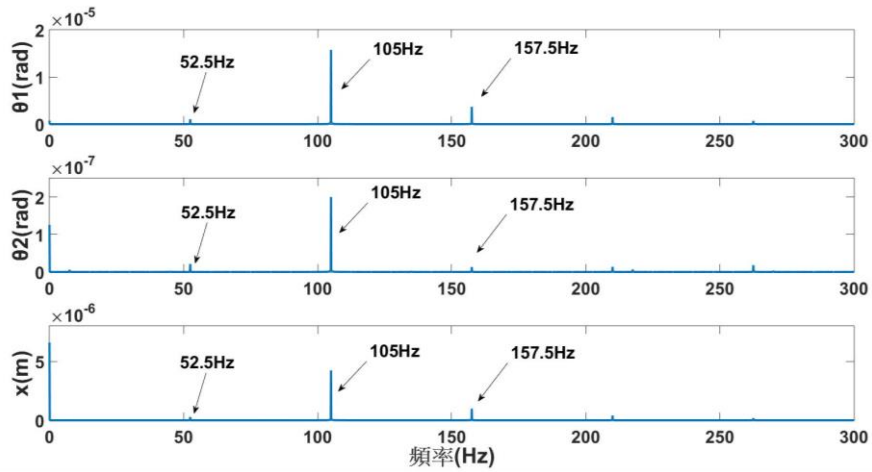


圖 17 45rpm 無裂縫頻域響應

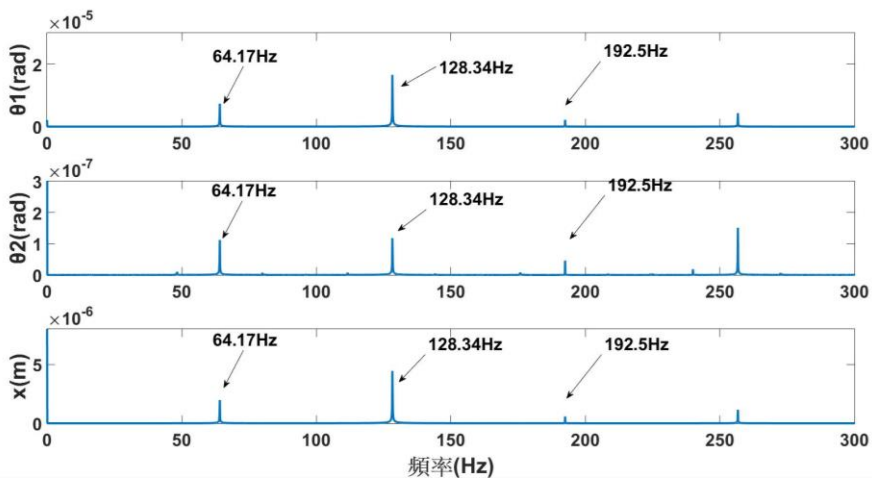


圖 18 55rpm 無裂縫頻域響應

2. 裂縫頻譜特徵

齒輪的破壞特徵可以分為兩種[3,4]，一種是分佈式的破壞，像是磨耗、腐蝕，另一種則是局部性的破壞，像是裂縫。二者導致不同的剛度變化使得破壞頻譜有所不同。分佈式的破壞頻譜會在嚙合頻率旁邊產生以轉速為間隔的邊頻，而局部性的破壞頻譜則是在低頻的部分產生轉速與其倍頻的雜訊，本文之破壞頻譜為裂縫造成的局部性破壞，它會使低頻處產生雜訊，但是原本嚙合頻率的幅值不會有大變動，表 7 為 35rpm 之比較， f_m 為嚙合頻率、 $2f_m$ 為其二倍頻，表中顯示在嚙合頻率之幅值會隨裂縫增長而稍微增大，二倍嚙合頻率處影響很小。圖 19 為 35rpm 11mm 裂縫的頻譜，可以看到雜訊分布在低頻處，而 θ_2 的訊號還是很小，易受系統中其他特性影響，因此 θ_2 不適合用來判斷損壞特徵。圖 20 為 45rpm 11mm 裂縫的頻譜，其雜訊主要還是來自 θ_1 。圖 21 為 55rpm 11mm 裂縫的頻譜，除了嚙合頻率的幅值沒有改變太多，低頻處也有雜訊。

表 7 嚙合頻率幅值改變量

| | 35rpm | |
|---------|--------|--------|
| | f_m | $2f_m$ |
| 0mm 裂縫 | 0% | 0% |
| 5mm 裂縫 | 2.17% | 0.06% |
| 11mm 裂縫 | 12.39% | 0.11% |

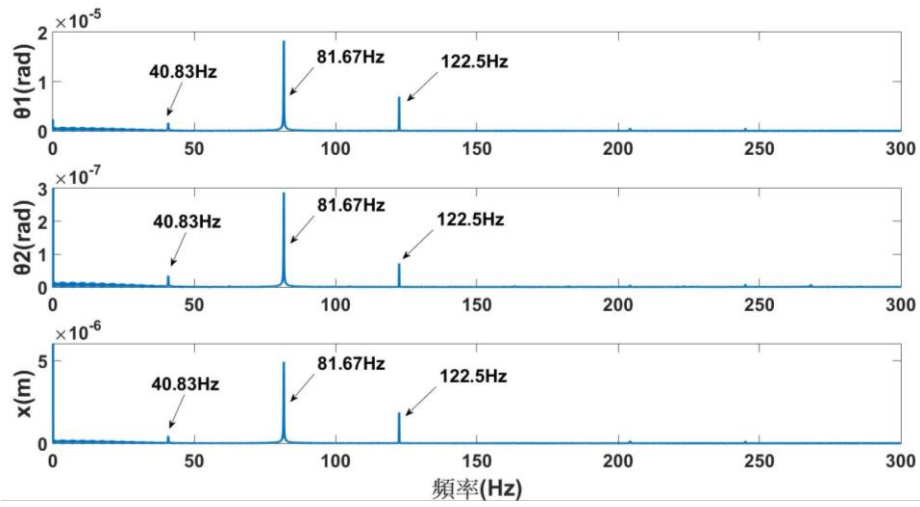


圖 19 35rpm 11mm 裂縫

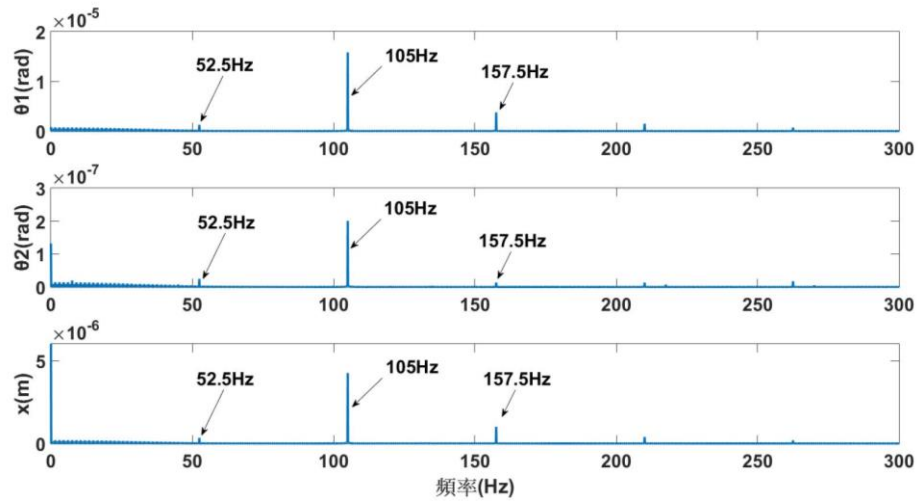


圖 20 45rpm 11mm 裂縫

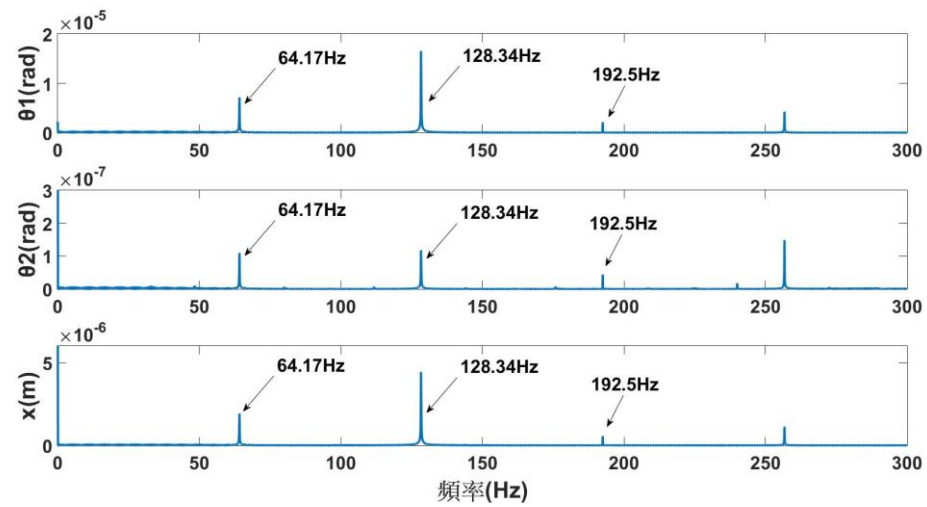


圖 21 55rpm 11mm 裂縫

3.時域訊號

圖 22 為無裂縫的時域訊號，沒有特別突出的振幅，最明顯的特徵是以嚙合頻率 f_m 的簡諧震盪波型。有裂縫的時域訊號，在裂縫越大的情況下，轉速的特徵越明顯[3]，以 35rpm 為例(圖 23)，明顯突出波峰之時間差為 1.71 秒，即是轉速 f_ω 的週期，而每個周期內會有 70 個嚙合頻率的波型產生。有裂縫齒輪組(局部性破壞)的時域訊號除了有轉速的明顯特徵外，在頻譜圖上只有低頻處產生雜訊(見圖 19 ~ 圖 21)。

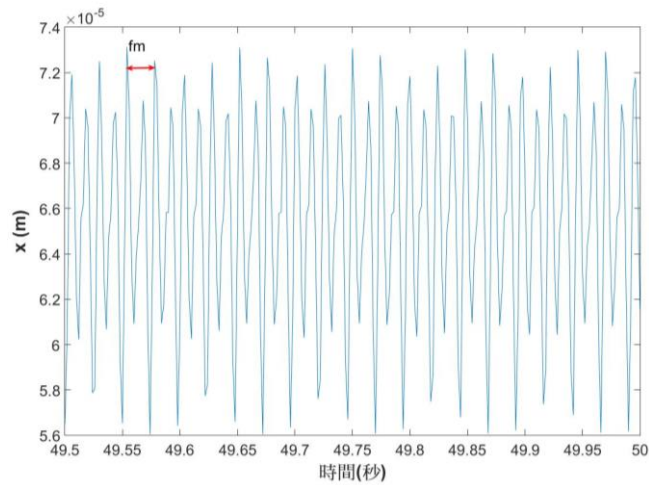


圖 22 35rpm 無裂縫等效彈簧位移時域訊號

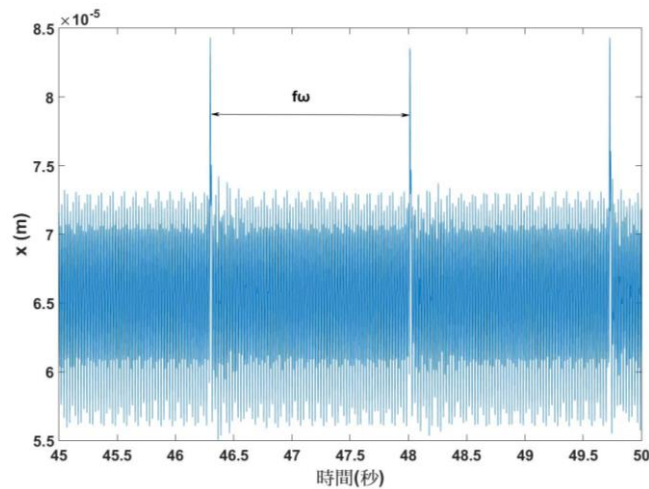


圖 23 35rpm 11mm 裂縫等效彈簧位移時域訊號

4. 檢測指標

局部性破壞和無破壞的齒輪頻譜差異在低頻處，而嚙合頻率的幅值變化不大。因此利用 50Hz 內的雜頻和嚙合頻率之幅值的比值來做判斷是一個不錯的選擇，如下式振幅比 AF 之定義

$$AF = \frac{\sum_{i=1}^n A_{f_{\omega_i}}}{A_{f_m}} \times 100 \quad (29)$$

其中 AF 為振幅比值、 $A_{f_{\omega}}$ 為轉速及其倍頻的幅值、 A_{f_m} 為嚙合頻率的幅值、 $n = 50 / \Delta f_{\omega}$ 取整數、 Δf_{ω} 為轉速頻率。表 8 為不同轉速時，在無裂縫以及 5mm 和 11mm 裂縫的狀況下的振幅比，表中數據為減去無裂縫相對應數據後之差值百分比。

在同一轉速下，裂縫越大則雜訊越多，所以 AF 越大，且差異非常明顯，故振幅比 AF 可以當作檢驗齒輪裂縫此類局部性破壞的檢測指標。

表 8 振幅比 AF 之數值

| | 35rpm | 45rpm | 55rpm |
|---------|---------|----------|--------|
| 0mm 裂縫 | 0% | 0% | 0% |
| 5mm 裂縫 | 371.59% | 395.69% | 28.03% |
| 11mm 裂縫 | 968.36% | 1284.86% | 94.19% |

(二)結論

本文考慮風機組的斜齒輪組有不同裂縫發生，在不同的轉速下以不同的裂縫大小來模擬動態訊號的特徵，根據數值結果與討論可以推斷出以下結論：

- 1.齒輪的嚙合剛度會隨著裂縫的成長變小。
- 2.嚙合頻率的二倍頻有最高的幅值，其變化的原因與嚙合剛度隨時間的變化有關。
- 3.裂縫是局部性的破壞，造成嚙合剛度變小，其時域訊號之明顯的特徵會與轉速有相同周期。
- 4.在同一轉速下，裂縫越大則振動量越大，振幅比 AF 的指標越大。故 AF 之數值可以用來判別是否有齒輪裂縫之形式的破壞。

二、軸承

(一)主要發現

當軸承在正常的運作時為純滾動，元件間的相對速度能由此決定，若已知軸的轉動頻率 f_r ，就能找出軸承保持架、外環與內環破壞頻率，頻率公式列出如下[8]

$$\text{保持架破壞頻率: } f_{cage} = \frac{f_r}{2} \left(1 - \frac{d_r}{d_p} \cos \phi_0\right) \quad (30)$$

$$\text{外環破壞頻率: } f_{rpo} = \frac{Zf_r}{2} \left(1 - \frac{d_p}{d_r} \cos \phi_0\right) \quad (31)$$

$$\text{內環破壞頻率: } f_{rip} = Z(f_r - f_{cage}) \quad (32)$$

軸承為支承 2000N(向-y 方向)且軸轉速為 16RPM，缺陷為單邊的橢圓凹痕(見圖 24(a))，其參數為 $a=20\text{mm}$ ， $b=12\text{mm}$ ， $D_d=0.05\text{mm}$ (見圖 24(b))。

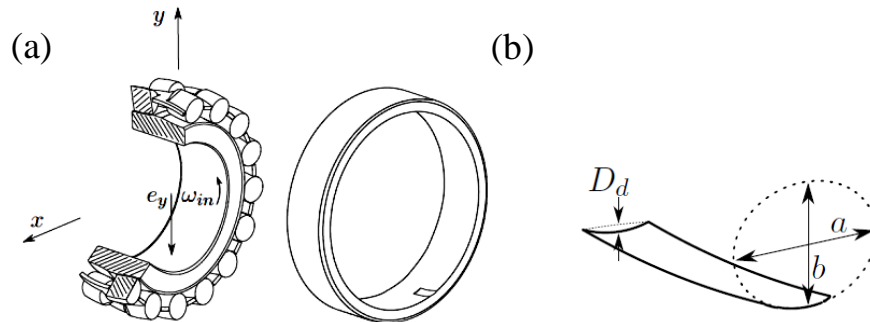


圖 24 軸承外環模擬 (a) 軸承 (b) 缺陷定義 [8]

根據上述條件可以撰寫程式計算出的軸承接觸力的時序圖與頻譜圖(見圖 25)，由頻譜圖發現其特徵出現在 1.783Hz 的倍頻上。由軸承純滾動所推的的外環損壞頻率式(31)，可計算出與模擬得到的外環破壞頻率相同。

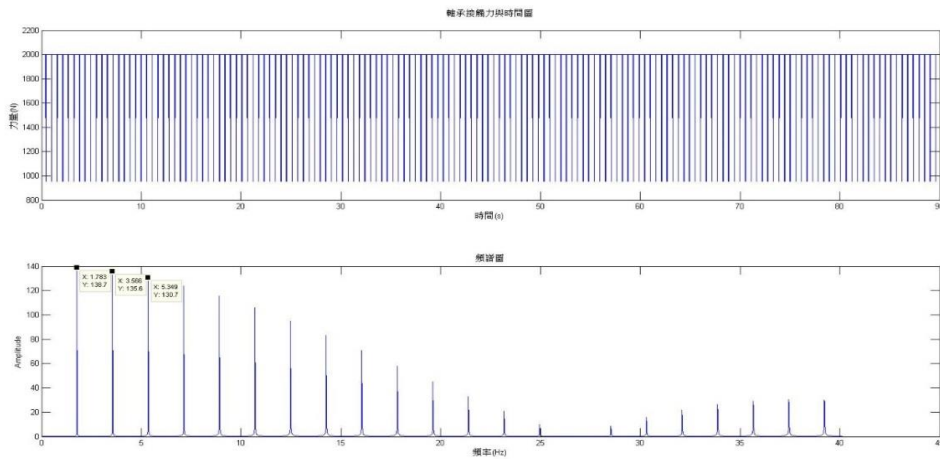


圖 25 外環破壞軸承接觸力與時間圖、頻譜圖

分析內環損壞時，若運轉條件與外環損壞相同，且缺陷為單邊的橢圓凹痕(見圖 26)，其參數為 $a=20\text{mm}$ ， $b=12\text{mm}$ ， $D_d=0.05\text{mm}$ (圖 24(b))。

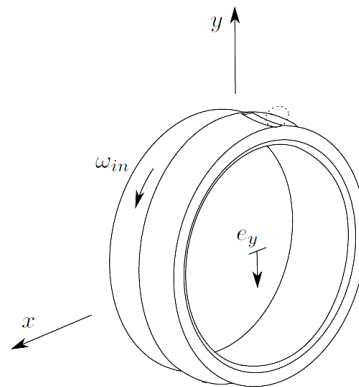


圖 26 軸承內環模擬 [7]

根據上述條件所計算出軸承接觸力的時序圖與頻譜圖(見圖 27)，軸承接觸力與時間關係發現接觸力隨著缺陷位置與負載力的相對位置變化而有改變，當缺陷位置與負載方向夾角越小時，接觸力的變化量越大。由頻譜圖發現特徵在 2.485Hz 與其倍頻頻率與軸承純滾動所推得內環損壞頻率 f_{ripif} (式(32))相近；在內環損壞頻率的基頻與倍頻相對於兩旁都有較高值，

而兩旁的邊頻頻率與內環損壞頻率差為轉速頻率 ($f_r=0.2667Hz$)，故內環破壞的頻譜特徵為 $mf_{rpij} \pm nf_r$ (m, n 為正整數)。另一頻率特徵為第一個極大值出現頻率為轉速頻率 f_r ，並且低頻處會有轉速諧頻的特徵，其頻率為 nf_r (n 正整數)。

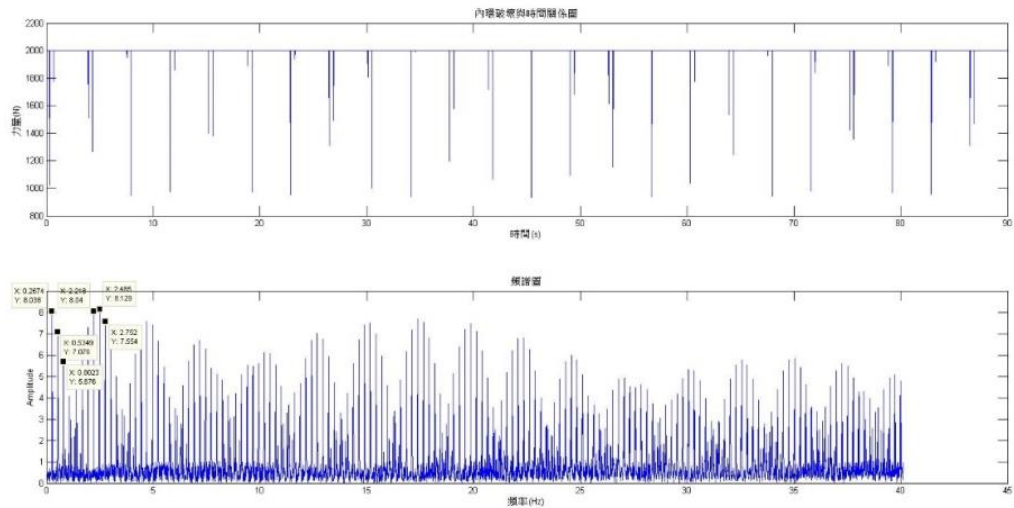


圖 27 內環破壞軸承接觸力與時間圖與頻譜圖

以上計算出的接觸力數值即為軸承所承受的力，能將此力量與時間函數結果放入軸承座模型，獲得加速度的響應關係。

(二)結論

1. 對於外環破壞而言，其頻譜特徵會出現在外環的破壞頻率 f_{rpo} 與其倍頻上。
2. 對於內環破壞而言，其頻譜特徵會出現在 nf_r 、 mf_{rpij} 與 $mf_{rpij} \pm nf_r$ (m, n 皆為正整數)。
3. 內環破壞時，當負載的方向與缺陷的夾角越小時，所計算出的接觸力變化量會比較大。

肆、参考文献

- [1] Fakher, C., Walid, B., Mohamed, S. A. and Mohamed, H., 2008, “Effect of spalling or tooth breakage on gearmesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission”, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 27, pp. 691–705.
- [2] Vivek, K., Ashish, M. and Preman, T., and Reynold, J., 2013, “Modeling and Finite Element Analysis of Spur Gear”, *International Journal of Current Engineering and Technology*, Vol. 3, pp. 2104-2107.
- [3] Raoudi, M.ER, Diany, M., Aissaoui, H., and Mabrouki, M., 2015, ”Numerical Gear Vibration Simulation in the Presence of Localized and Distributed Defects”, *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology*, Vol. 2, pp. 576-581.
- [4] Randall, R. B., 1982, ”A New Method of Modeling Gear Faults”, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, pp. 259-267.
- [5] Zappalà, D., Tavner P., and Crabtree, C., 2013, “Sideband Algorithm for Automatic Wind Turbine Gearbox Fault Detection and Diagnosis”, *European Wind Energy Association*, Vienna Austria.
- [6] Harris, T. A., 1966, *Rolling Bearing Analysis*, John Wiley, New York, Ch6-Ch8.
- [7] Harris, T. A., 2006, *Essential concepts of bearing technology* fifth edition, Ch 14
- [8] Behnam, G., 2014, *Dynamic Analysis Model of Spherical Roller Bearings with Defects*, Lappeenranta.