

行政院原子能委員會
委託研究計畫研究報告

爆炸壓力波對建物影響分析

**Dynamic Responses of a Reinforced Concrete Slab Subjected to Air
Blast Load**

計畫編號：992001INER012

受委託機關(構)：陸軍軍官學校

計畫主持人：戴毓修 教授

核研所聯絡人員：朱棟樑、林庭亦

聯絡電話：(07)7456290#221

E-mail address：ystai@mail.cma.edu.tw

報告日期：99 年 11 月 11 日

目錄

目錄	I
中文摘要	1
ABSTRACT	2
壹、計畫緣起及目的	3
一、計畫緣起	3
二、文獻回顧	6
三、研究目標	7
貳、研究方法與過程	9
一、空氣中爆炸的基本概念及參數	9
(一) 爆藥的材料	10
(二) 爆震波的現象	10
(三) 自由場爆炸時衝擊波的初始參數	11
(四) 爆炸衝擊波的計算公式	15
1. 衝擊波的峰值壓力的計算公式	15

2.衝擊波的正壓作用延時的計算	17
3.衝擊波的比衝量的計算	17
4.空氣衝擊波的反射	18
(五) 技術規範之應用	22
1.自由空中爆炸(Free Air Burst)	23
2.近地面之空中爆炸(Air Burst)	25
3.地表面爆炸(Surface Burst)	27
(六) 結構物上爆壓	28
二、結構物在爆炸壓力波作用下之分析	31
(一) 動態問題之基本特性	31
(二) 單自由度系統在爆炸壓力波作用下之分析	32
(三) 鋼筋混凝土梁之動態反應分析	36
(四) 鋼筋混凝土板之動態反應分析	44
(五) 等效靜態荷載分析法	51
三、爆炸現象之數值模擬	57
(一) 理論基礎	57
(二) LS-DYNA 程式架構	60
(三) 爆炸壓力波數值模擬	63

四、鋼筋混凝土板受爆炸作用下之結構分析	68
(一) 混凝土的材料性質	68
(二) 鋼筋的材料性質	71
(三) 鋼筋混凝土模型分析模型之描述	72
(四) 數值分析方法之驗證	74
(五) 雙向板受爆炸壓力波作用下之分析	75
參、主要發現與結論	78
肆、參考文獻	81
附 錄	126

中文摘要

爆炸災害對建築結構造成嚴重破壞並且會帶來巨大的生命財產損失，近年來隨著恐怖活動和地區衝突的事件頻繁，恐怖爆炸攻擊已成為危害國家安全 and 社會穩定的一個重要因素，因此強化此一領域的研究變得更加迫切。本計畫主要針對炸藥爆炸壓力波的傳播規律和鋼筋混凝土結構在爆炸壓力作用下的動態反應進行分析，將對炸藥爆炸後，爆炸壓力波在自由場的傳播規律進行理論之分析，選擇適當的材料參數與狀態方程式，應用非線性有限元素分析軟體 LS-DYNA 中之 ALE 演算法，對自由場爆炸模型進行了數值模擬，並比較分析與經驗公式計算結果，驗證數值分析模型的可靠性。其次針對鋼筋混凝土結構元件在爆炸壓力波作用下的破壞影響因素進行分析，變數包含配筋率、跨厚比、混凝土強度等。研究結果所建立之標準化分析模式及損傷模式的評估方法，將提供給工程人員作為分析與設計之指南。

Abstract

Blast can cause serious damage to building structures as well as heavy loss of life and property. It is increasingly necessary and in fact required to carry out extensive research in this field when increased terrorism and local conflicts become worse. The blast effect on buildings is of widely interest to researchers and engineers all over the world. Accordingly, this project first attempts to adopt the ALE algorithm of the nonlinear finite element software LS-DYNA, by select adequacy the material parameters and equation of state (EOS) to perform numerical computation related to the explosive detonates in free air. And then to analyze the propagation rules of shock wave in the free field, with these results will compare with empirical formula or experimental data from pertinent literature. Next, examine the dynamic characteristics the RC structure subjected to shock loads. The influence of the several factors, such as reinforcement ratio, spacing, span/depth ratio, strength of concrete, on the failure modes of the blast-loaded RC structures will be investigated to determine their effect on the failure mode. The results of this project provide a valuable reference for engineering designers and researchers to proceed the structural dynamic analysis.

壹、計畫緣起及目的

一、計畫緣起

近年來，隨著恐怖主義和地區衝突的進一步加重，世界各國出現的恐怖攻擊事件頻傳，尤其自 2001 年美國的 911 事件以來，此一情況更加惡化，攻擊的目標從軍事設施到民生建築。如 2004 年 1 月 4 日菲律賓南部一處體育館在舉行籃球比賽時發生的爆炸事件；2004 年 5 月，車臣共和國首都格羅茲尼的一個體育場發生爆炸攻擊，造成 10 人死亡、數百人受傷；2006 年 3 月，菲律賓南部城市的一處車站發生爆炸，至少造成 8 人受傷等。這些恐怖爆炸事件充分顯示在未來恐怖攻擊事件中，使用非正規的炸彈襲擊都會區人口聚集的建築物或重要民生設施已經成為恐怖攻擊活動的一個重要特徵。

核電廠結構與一般民生建築結構最大不同之處在面對突如其來的外力或恐怖攻擊下，除了造成人員之傷亡以外，亦將導致更嚴重之災害，因此在設計上有其特殊性，對於飛機碰撞、爆炸等災難對結構物所產生的動態荷載遠比初始設計荷載要高出非常的多，設計者必須提高核電廠圍阻體結構之抗衝擊與抗爆壓的能力，方可確保其在遭受攻擊後之安全性。國內設計規範中並沒有關於結構抗衝擊與抗爆震的設計要求，這也使得現有建築物的抗爆能力極為有限，

一旦遭到襲擊，後果不堪設想。如今歐美先進國家，如美國、英國、加拿大、澳洲，甚至日本與中國等的研究機構及學者均已著手此領域的研究工作，並獲取豐富的資料，建立完善的理論。以美國而言，自第二次世界大戰期間開始，著力於提升建築物的防護能力、預防恐怖攻擊等方面的研究及應用，自第二次世界大戰期間即已開始，例如美國的 Defense Nuclear Agency (DNA)、US Army Corps of Engineers (USACE)、National Research Council (NRC)等機構聯合展開了有關建築物防護恐怖爆炸工程技術的系統性研究；為了防止建築在動態荷重作用下連續性倒塌，在美國亦有兩套相關的技術規範：The US General Services Administration (GSA)[1]和 The US Department of Defense (DoD)[2]，用來指導分析建築抗連續倒塌的能力。在 911 事件之後，美國核能管制委員會有鑑於核電廠可能成為恐怖攻擊之目標，遂制定新的法規，並置於 10CFR73[3]：核能發電保安規定下，規定電廠需建立適當的措施，以因應任何形式造成之大火及爆炸等事故。國內在此方面的研究尚屬起步階段，為了能因應日益複雜的犯罪活動，重要設施的抗爆震之設計乃為當前之研究重點。

由於爆炸試驗的高危險性，目前國內僅在軍事領域設有相關試驗設備，而一般民生建築的抗爆震研究中，因需進行大規模的實驗，故研究較為困難，而軍事研究中所獲得的實驗資料皆屬於機密資料

而無法獲得，因此，本計畫藉由數值方法進行模擬及預測結構物在爆震負荷下之動態反應。由於電腦技術的快速發展和數值演算理論之發展日趨成熟，將電腦輔助分析與設計應用在衝擊與爆炸領域的分析已得到了廣泛的應用。相關之分析軟體如 LS-DYNA、ABAQUS、AUTODYN 均可用於求解此類高度非線性問題，透過對有限元素分析軟體的有效應用，不但節省了大量的實驗費用，而且還可對考慮各種不同之情況反覆進行計算及比較，此乃一般實驗研究無法比擬的優勢。

作用在結構物上的爆炸壓力波與物體間的相互作用是個複雜的過程，結構上荷載大多是以震波管、風洞實驗或現場試驗所得之資料為依據。英國曼徹斯特大學曾對炸彈在市中心區爆炸所致之壓力波效應進行研究，結果顯示由於“溝槽效應”之影響，當炸彈在市區爆炸時，兩旁的建築物將導致壓力波產生反射，致使壓力波之峰值和衝量增加。而美國爆炸效應及鑒定評估委員會曾對 Saudi Arabia 的爆炸壓力波傳播問題進行了分析，計算模擬之知結果顯示，利用三維流體動力學程式得出距爆炸中心 400 英尺處之平均壓力，約為採用美國軍方規範[4]中所列方法得出結果的一半。顯示對建築高度密集地區的爆炸壓力的計算，採用傳統方法可能產生較為保守的結果。另外，對於炸彈在交叉路口附近爆炸，由於路口的樣式不同，對壓力波也產生不同影響。Smith[5]曾使用了簡單城市幾何構形的比

例模型，對建築承受爆炸壓力波之反應，進行了定性和定量的評估。

二、文獻回顧

對於爆炸作用原理的分析與研究，是發展結構抗爆研究的理論基礎，目前學者分別從空中、土體、岩石等多類介質分別研究了爆炸壓力波在各種複雜環境和介質中的傳播規律。Rogers[6]、Baker[7]、Kinney [8]、Mays [9]等對爆炸物理現象做過深入研究，各自提出爆炸壓力經驗計算公式；Hopkinson[10]提出各種爆炸物進行等效換演算法則；美國軍方規範 TM5-1300[11]手冊對爆炸原理及計算方法進行詳細研究。

關於結構構件的抗爆性能分析，各國學者也分別對平板、梁、柱、牆等結構進行各種試驗與數值分析。在各類平板構件研究方面，Woznica and Pennetie[12]對金屬薄板承受爆炸加載下的粘塑性變形進行了試驗和數值模擬分析；Pan [13]等對於剛性金屬板承受氣體爆炸衝擊的響應進行了試驗和數值模擬；Coggin [14]等對簡支疊層金屬板遭受鄰近爆炸壓力波引起的瞬間響應做數值分析；Li [15]則進行了帶方形空洞的方形金屬板的抗爆研究；Duranovic[16]對鋼筋混凝土板在爆炸壓力下的建模問題做了具體研究與說明。

在構件抗爆研究方面，方秦等[17-20]等基於 Timoshenko 梁理

論，採用有限差分法分析了鋼筋混凝土梁與鋼筋混凝土組合梁的動力響應和彎曲及剪切破壞的問題。Hao [21]等進行地下爆炸壓力波作用下鋼柱的彈塑性動力響應數值分析；Lan[22]分析模擬手提炸藥對鋼筋混凝土柱的破壞。Nash[23]對於混凝土牆體遭受鄰近空氣中帶有或未帶有外殼的炸彈爆炸壓力波引起的破壞進行研究；Varma [24]對於磚石擋板牆承受炸藥爆炸壓力的破壞進行試驗研究；Makovicka[25]研究薄石牆遭受爆炸荷載作用下的動力響應問題；Mays and Hetherington[26]分析了帶孔洞的混凝土牆板受爆炸壓力加載引起了動力響應問題。

三、研究目標

911 恐怖攻擊事件後，世界各國之學者專家在以往認為發生機率極低的航空器撞擊圍阻體事件看法已經全然改觀，同時興起了一些疑問：(1)既有核能電廠在以往之設計基礎上，是否能夠承受衝擊或爆炸等類似事件？(2)新建核能電廠是否需要在設計上考慮類似的事件？(3)有無需要採取可行的補強措施等？針對上述議題，為了建立自主分析與設計之能力，因此，本計畫之目標：

1. 蒐集並探討金屬與混凝土結構在承受衝擊與爆炸荷重用下的相關文獻，並對其研究方法與資料進行分析。

2. 對炸藥爆炸後，爆炸壓力波在自由場的傳播規律進行理論之分析，同時探討目前常用經驗公式對爆炸壓力波評估與計算的方法。
3. 選擇適當的材料參數與狀態方程式，應用非線性有限元素分析軟體 LS-DYNA 中之 ALE 演算法，對自由場爆炸模型進行了數值模擬，並比較分析與經驗公式計算結果，驗證數值分析模型及材料參數的可靠性。
4. 探討不同炸藥量在不同方位爆炸時，壓力波遇到剛性結構物或地面阻擋，衝擊波環流流場的分佈與與反射波變化之規律，同時對結構物在爆炸壓力波作用下的動態反應進行數值模擬及分析。
5. 對鋼筋混凝土結構元件在爆炸壓力波作用下的破壞影響因素進行分析，探討這些因素對結構破壞的影響規律。
6. 建立標準化的分析模式及損傷模式評估方法，提供需求單位未來分析與設計之指南。
7. 強化計畫參與人員資料收集與分析能力，並藉由訓練軟體副程式之程式撰寫及分析結果研判，可熟稔設計與分析相關技術與實務。

貳、研究方法與過程

一、空氣中爆炸的基本概念及參數

爆炸是一個系統中物理和化學的能量急劇轉化的一種過程，在此一過程中系統的內在勢能急劇轉化為動能、機械功以及光和熱的輻射。爆炸作功是系統內部的高壓、高溫氣體的突然膨脹對爆炸源周圍介質作功，因此，爆炸可說是一種極為迅速的化學能釋放的過程。當一炸藥在空氣中爆炸時，迅速釋放出大量的能量將導致爆炸氣體生成物的壓力和溫度局部上升，使周圍介質受到高溫、高壓爆炸產物的作用，在此瞬間空氣中產生一股壓力波，而壓力波形成之初期，其運動速度與爆炸氣體生成物一樣，接近炸藥的爆速。大多數炸藥在爆炸過程裡釋放的化學能約為總能量的三分之一，當爆炸生成物與空氣混合並且燃燒時，剩下的三分之二在爆炸過程中則緩慢地釋放在空氣中。

當爆炸壓力波在空氣裡擴散並正面碰擊到結構體時，整個結構將迅速的被壓力波包覆。而作用在結構面上壓力負荷之大小和分佈狀況則因下列因素而有不同：(1)爆炸特性，即炸藥使用的材料成分、能量，以及炸藥的重量；(2)防護結構與爆炸位置之間相對的位置；以及(3)震波與地面障礙或結構本身相互作用造成壓力的變化等。

(一) 爆藥的材料

爆藥根據其物性可區分為：固態、液態及氣態爆藥等，其中固態爆藥為一般高爆彈藥所使用，而液態及氣態爆藥雖同樣具有高爆性能，但是其爆炸所產生之壓力除了與爆藥之用量及成份有關以外，對於製造、儲存及操作方式等都將影響爆炸所衍生效應，因此較常被用於燃油、推進等用途。相較之下固態爆藥爆炸後所產生的效應則已經由理論與實驗等方式得出其規律性，並可經由計算而得到此些參數。

(二) 爆震波的現象

當爆炸發生時由於能量瞬間釋放形成高溫、高壓的氣團迅速的向外膨脹，並推擠周圍空氣介質形成一股爆震波。如圖 2.1.1 所示。當爆震波在時間 t_A 到達距離爆炸點外某處時，在此將造成突然快速上升的峰值入射壓力 P_{S0} ，在經過時間 t_0 後壓力迅速衰減至大氣壓力，在此段時間內為正壓段(positive pressure phase)作用，隨著爆震波向外傳遞，波陣面內的空氣密度下降，而波陣面的峰值壓力與傳播速度亦迅速下降，導致產生低於大氣壓力的負壓段(negative pressure phase)，而此負壓段之沿時為 t_0^- ，由於傳播速度下降，導致負壓段延時比正壓段之延時更長，同時最大負壓為 P_{S0}^- 。由於最大負壓較尖峰入射壓力低，因此，在設計時若是採柔性設計，為了計算

結構的總體動態反應，可將負壓段之效應列入考慮，反之，若是採用剛性設計則無須考慮。

爆炸壓力波在空中傳遞時若未受到任何反射波之干擾，在壓力波後方會形成類似風壓的動態壓力(dynamic pressure)，此一動態壓的大小與空氣質點速度的平方成正比。由於動態壓力隨時間變化相當於風速的變化，因此動態壓力隨時衰減的速率比峰值壓力要快。

(三) 自由場爆炸時衝擊波的初始參數

爆藥爆炸時的作用機制，首先是其爆炸生成物強烈衝擊炸藥周圍的介質，此時形成強烈的壓力波，由於爆炸生成物與周圍介質的物理特性的不同，爆炸生成物中可能形成壓力波，其初始參數決定於炸藥爆炸時所產生的壓力波參數、周圍介質的力學特性、壓縮性與密度等。由於空氣是一種阻抗較低的介質，所以炸藥在空氣中爆炸所形成初始壓力波陣面上的壓力會小於爆炸壓力，主要在於炸藥爆炸膨脹的過程是不等熵(entropy)，因此爆炸生成物膨脹的過程中，絕熱指數隨著壓力的降低而不斷的減小，要精確的確定空氣中爆炸所形成的壓力波參數，應先確定爆炸生成物的絕熱指數隨壓力變化的規律，然而這在理論與實驗上是仍待研究的課題。目前僅能用近似的方法來確定空氣爆震波的初始參數。Landau 與 Stanyoukovich 建議在計算衝擊波初始參數時，若裝藥是球形，裝藥的初始半徑為

V_0 ，考慮爆炸生成物的膨脹過程可用兩種等熵式來描述，因此將爆炸生成物的膨脹過程近似的分成兩個階段：第一階段是爆炸生成物由壓力 P_D 膨脹到某一臨界壓力 P_K ，在此階段絕熱指數保持不變，則爆炸生成物的膨脹遵守以下之規律

$$P_D V_D^k = P_K V_K^k \quad (1.1)$$

其中 P_D 與 V_D 為爆震波陣面上的壓力和爆炸生成物的體積， P_K 與 V_K 為爆震波陣面膨脹至共軛點 K 時的壓力和體積。第二階段是爆炸生成物繼續膨脹則壓力從 P_K 變化為 P_x ，在此過程中爆炸生成物遵循理想氣體的等熵方程式，亦即

$$P_K V_K^\gamma = P_x V_x^\gamma \quad (1.2)$$

其中 P_x 與 V_x 為是爆炸形成初始衝擊震波陣面上的壓力和爆炸生成物的體積， k 與 γ 是爆炸生成物在兩階段的絕熱指數，通常 $k=3$ ， $\gamma=1.2\sim 1.4$ 。 P_K 與 V_K 之值的計算可用爆震波的 Hugoniot 方程式，得到

$$\frac{P_D V_D}{(k-1)} - \frac{P_K V_K}{k-1} + \Delta Q = \frac{P_D}{2} (V_0 - V_D) + Q_w \quad (1.3)$$

其中 ΔQ 為爆炸生成物膨脹至 K 點時剩餘的能量。 Q_w 為炸藥的原始爆熱。由於 $P_K V_K / k - 1$ 的值遠小於 $P_D V_D / k - 1$ 之值，因此計算上可忽略 $P_K V_K / k - 1$ 之影響，並將上式改寫為

$$\frac{P_D V_D}{(k-1)} + \Delta Q = \frac{P_D}{2} (V_0 - V_D) + Q_w \quad (1.4)$$

由爆炸力學理論可知 $P_D = Q_w D^2 / (k+1)$ 以及 $V_D = k / ((k+1)Q_w)$ ，代入上式則得到

$$\Delta Q = Q_w - \frac{D^2}{2(k^2 - 1)} \quad (1.5)$$

由於 ΔQ 為熱能，所以 $\Delta Q = C_v T_k$ ，當 $P < P_K$ 時，爆炸生成物可以假設為理想氣體，因此

$$P_K V_K = R T_k = \frac{R \Delta Q}{C_v} = (\gamma - 1) \Delta Q \quad (1.6)$$

聯立方程式(1.3)及(1.6)則可得到 P_K 和 V_K 之值。但是為了計算，必須知道爆炸生成物的成分，然而根據實驗證明對於一般高爆藥爆炸生成物，可近似取值 1.3 進行計算。

對於空氣初始衝擊波而言，當爆炸生成物所產生的壓力由 P_D 膨脹為 P_x 時，其質點的運動速度也從 v_D 增大為 v_x ，由爆炸力學理論可知 $v_x = v_1 + v_D$ ，其中 v_1 為反射稀疏波傳入爆炸生成物時質點獲得的速度增量，表示為

$$v_1 = \int_{P_x}^{P_D} \frac{1}{\rho c} dP \quad (1.7)$$

式中 ρ 及 c 分別為爆炸生成物的密度與聲速。由於 Landau 與 Stanyoukovich 考慮爆炸生成物的膨脹過程是用兩階段膨脹過程來描述，所以可將式(1.7)改寫為

$$v_1 = \int_{P_K}^{P_D} \frac{1}{\rho c} dP + \int_{P_x}^{P_K} \frac{1}{\rho c} dP \quad (1.8)$$

將上式積分，則得到

$$v_1 = \frac{2}{k-1}(C_D - C_k) + \frac{2}{\gamma-1}(C_k - C_x) \quad (1.9)$$

式中 C_D 、 C_k 、 C_x 分別為爆炸生成物相對應狀態下的聲速；且

$C_k = \sqrt{\gamma P_K / \rho_k}$ ，於是

$$v_x = v_D + \frac{2C_D}{k-1}\left(1 - \frac{C_k}{C_D}\right) + \frac{2C_k}{\gamma-1}\left(1 - \frac{C_x}{C_k}\right) \quad (1.10)$$

由以下之關係式 $v_D = D/(k+1)$ ； $C_D = kD/(k+1)$ ； $C_k/C_D = (P_K/P_D)^{(k-1)/2k}$ ；

$C_x/C_k = (P_x/P_K)^{(\gamma-1)/2}$ 可得到

$$v_x = \frac{D}{k+1} \left\{ 1 + \frac{2k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_K}{P_D} \right)^{(k-1)/2k} \right] \right\} + \frac{2C_k}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_x}{P_D} \right)^{(\gamma-1)/2\gamma} \right] \quad (1.11)$$

當爆震生成物在真空中擴散時， $P_x = 0$ ，此時爆炸生成物飛散的速度

要增強，且極限速度為

$$v_{xm} = \frac{D}{k+1} \left\{ 1 + \frac{2k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_K}{P_D} \right)^{(k-1)/2k} \right] \right\} + \frac{2C_k}{\gamma-1} \quad (1.12)$$

在爆炸發生的最初瞬間，爆炸生成物的飛散速度與衝擊波陣面後的空氣運動速度相吻合，所以空氣衝擊波為一強衝擊波，其關係式為

$$\begin{aligned} D_x &= \frac{(\gamma_a + 1)v_x}{2} \\ P_x &= \frac{(\gamma_a + 1)\rho_a v_x^2}{2} \\ v_x &= \sqrt{2P_x / (\gamma_a + 1)\rho_a} \end{aligned} \quad (1.13)$$

式中 γ_a 為空氣的等熵絕熱指數(對於強衝擊波 $\gamma_a=1.2$)； ρ_a 為衝擊波陣面前未經擾動的空氣密度； D_x 為衝擊波陣面的質點速度。對於空氣中爆炸時衝擊波的初始參數即可以由式(1.11)~(1.13)計算得到，對於一些常見高爆藥的計算結果列於表 2.1.1 中。

(四) 爆炸衝擊波的計算公式

在進行結構物承受爆炸壓力波之分析與設計時，需考慮的衝擊波參數主要有：衝擊波的峰值壓力 P_{S0} 、正壓作用時間 t_0 、最大負壓為 P_{S0}^- 、負壓作用延時 t_0^- 、比衝量 i_s 等。以下即分別介紹這些參數的計算公式。

1. 衝擊波的峰值壓力的計算公式

空氣中衝擊波的峰值壓力 P_{S0} 如圖 2.1.1 是指波陣面上峰值壓力減去標準大氣壓力 P_0 後的超壓，而此峰值壓力遵守爆炸相似律，亦即其壓力的大小取決於爆炸點間的距離與裝藥半徑的比值，對於峰值壓力的計算，各國學者在大量的理論分析和實驗研究的基礎上，對壓力波參數的計算歸納一些可用的經驗公式，並規定這些公式的適用範圍。較常用的如 Henrych[29]用實驗的方法提出了無限域空氣中爆炸峰值壓力經驗計算公式：

$$\begin{aligned} P_{S0} &= 1.4072Z^{-1} + 0.554Z^{-2} - 0.0357Z^{-3} + 0.000625Z^{-4} \quad (0.1 \leq Z \leq 0.3) \\ P_{S0} &= 0.619Z^{-1} - 0.033Z^{-2} + 0.213Z^{-3} \quad (0.3 \leq Z \leq 1) \\ P_{S0} &= 0.066Z^{-1} + 0.405Z^{-2} + 0.329Z^{-3} \quad (1 \leq Z \leq 10) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Baker[7]也歸納了 TNT 炸藥的峰值壓力計算公式：

$$\begin{aligned}
P_{s0} &= 20.06Z^{-1} + 1.94Z^{-2} - 0.04Z^{-3} \quad (0.05 \leq Z \leq 0.5) \\
P_{s0} &= 0.67Z^{-1} + 3.01Z^{-2} + 4.31Z^{-3} \quad (0.5 \leq Z \leq 70.9)
\end{aligned}
\tag{1.15}$$

Brode[30]提出超壓峰值計算公式：

$$\begin{aligned}
P_{s0} &= \frac{6.7}{Z^3} + 1 \quad (P_{s0} > 10bar) \\
P_{s0} &= \frac{0.975}{Z} + \frac{1.455}{Z^2} + \frac{5.85}{Z^3} - 0.019 \quad (0.1 < P_{s0} < 10bar)
\end{aligned}
\tag{1.16}$$

中共國防工程設計規範對空中爆炸之公式

$$P_{s0} = 0.84Z^{-1} + 2.7Z^{-2} + 7Z^{-3} \quad (1.0 < Z < 10)
\tag{1.17}$$

此一公式的適用範圍尚包括 $H/W^{1/3} > 0.35$ ，其中 H 是炸藥爆炸時的高度，符合上述條件的爆炸可以近似的被認為是在一無限空間中的爆炸，因為若是炸藥在近地面爆炸時，由於地面的阻擋，衝擊波將不是向整個空間中傳播，而只向一半無限空間傳播，被衝擊波帶動的空氣量也將減少一半，因此尚須視地面條件修正式中的係數方可計算。

以上公式所使用之 Z 稱為縮尺距離，一般都用 TNT 炸藥做為標準來定義，其表示為：

$$Z = \frac{R}{W^{1/3}}
\tag{1.18}$$

上述的公式對 TNT 炸藥在給定的比例距離 $R/W^{1/3}$ (m/kg^{1/3}) 的範圍內皆可適用。此外當比例距離值相對較小時，裝藥的形狀對峰值壓力

的影響較大，而比例距離值相對較大時(距離爆炸點較遠處)，則裝藥形狀的影響就顯著的減小了如表 2.1.2，造成此一現象的原因，是空氣衝擊波在傳播過程中逐漸均勻化的結果。

2. 衝擊波的正壓作用延時的計算

衝擊波的峰值壓力是直接衡量爆炸對防護結構破壞作用大小的參數，然而，衝擊波正壓作用延時也是衡量爆炸對結構破壞程度的重要參數之一。根據爆炸相似律可知， $t_0/W^{3/1}=f(R/W^{1/3})$ ，因此對於空爆在 $H/W^{1/3}>0.35$ ，由實驗歸納得到

$$\frac{t_0}{W^{1/3}} = 1.35 \times 10^{-3} \left(\frac{R}{W^{1/3}} \right)^{0.5} \quad (\text{sec}/\text{kg}^{1/3}) \quad (1.19)$$

一般而言，空中爆炸所形成的衝擊波，其正壓作用延時介於幾毫秒至數十毫秒之間。

3. 衝擊波的比衝量的計算

衝擊波的比衝量(specific impulse)也是衡量衝擊波對結構破壞作用的重要參數之一，比衝量的大小直接決定了衝擊波破壞作用的程度。比衝量是由空氣中衝擊波陣面的壓力變化曲線和正壓作用延時直接積分確定的，由圖 2.1.1 觀察可知衝擊波壓力與時間在正壓段的是按指數率變化的，對此有許多經驗公式提出，其中較接近實際實驗之結果而又易於計算的公式為

$$P(t) = P_{S0} (1 - t/t_0) e^{-\alpha(t/t_0)} \quad (1.20)$$

式中 α 為時間衰減常數，當 $P_{S0} \leq 1.0 \text{ kPa/cm}^2$ 時， $\alpha = 0.5 + P_{S0}$ ，當 $1.0 \text{ kPa/cm}^2 \leq P_{S0} \leq 3.0 \text{ kPa/cm}^2$ 時， $\alpha = 0.5 + P_{S0} [1.1 - (0.13 + 0.20 P_{S0})]$ 。而上式中壓力與時間關係曲線所包含的面積即為衝擊波的比衝量 i_s ，根據 M.A.Sadovskyi 提出的公式為

$$i_s = \int_0^{t_0} P(t) dt = A \frac{\sqrt[3]{W^2}}{R} \text{ kPa}\cdot\text{s/m}^2 \quad (R/W^{1/3} > 0.5) \quad (1.21)$$

$$i_s = 15 \frac{W}{R} \text{ kPa}\cdot\text{s/m}^2 \quad (R/W^{1/3} < 0.25) \quad (1.22)$$

式中 A 為常數， $A = 34 \sim 36$ 。

4. 空氣衝擊波的反射

(1) 正反射(Normal Reflection)

當空氣衝擊波傳播方向與壁面(或結構物表面)垂直時，在地面空氣質點的速度驟然為零時，使得質點急劇的堆積，壓力與密度突然升高，達到一定程度後就將向反方向反射，於是形成反射波，由於衝擊波傳播方向與地面垂直，故屬於正反射的情況。設入射波前未擾動空氣的參數為 $P_0, \rho_0, v_0 = 0$ ；入射波陣面後的參數 P_1, ρ_1, v_1 ，因為壁面為絕對靜止的，因此靠近它的質點在反射前也應處於靜止狀態，所以在空氣衝擊波與壁面相接觸並發生反射的瞬間必然產生一

反射波，若此反射波面上的參數為 P_2, ρ_2, v_2 ，而由於壁面的拘束導致 $v_2=0$ 。由衝擊波的基本關係式得到

$$v_1 - v_0 = \sqrt{(P_1 - P_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1} \right)} \quad (1.23)$$

$$v_2 - v_1 = -\sqrt{(P_2 - P_1) \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)} \quad (1.24)$$

因為反射波的運動方向與入射波相反，故取負號。由於 $v_0 = v_2 = 0$ ，所以

$$\frac{(P_1 - P_0)}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} \right) = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho_1} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \quad (1.25)$$

對於衝擊波其絕熱方程式為

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(k+1)P_1 / (k-1)P_0 + 1}{(k+1)/(k-1) + P_1/P_0} \quad (1.26)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1)P_2 / (k-1)P_1 + 1}{(k+1)/(k-1) + P_2/P_1}$$

將絕熱方程式代入前式，整理後得到

$$\frac{2(P_1 - P_0)^2}{[(k-1)P_1 + (k+1)P_0]} = \frac{2(P_2 - P_1)^2}{[(k+1)P_2 + (k-1)P_1]} = v_1^2 \quad (1.27)$$

而入射波及反射波的超壓(overpressure)分別為

$$\Delta P_1 = P_1 - P_0, \Delta P_2 = P_2 - P_0 \quad (1.28)$$

則反射波的峰值壓力為

$$\Delta P_2 = 2\Delta P_1 + \frac{(k+1)\Delta P_1^2}{(k-1)\Delta P_1 + 2kP_0} \quad (1.29)$$

對於空氣而言， $k=1.4$ 得到反射波的峰值壓力為

$$\Delta P_2 = 2\Delta P_1 + \frac{6\Delta P_1^2}{\Delta P_1 + 7P_0} \quad (1.30)$$

由上式中可看出對於強衝擊波而言，因為 $P_1 \gg P_0$ ，因此 $\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} \approx 8$ ，亦即在強衝擊波作用下反射波是入射波的 8 倍。然而實際的狀況對於強衝擊波作用下伴隨著有高溫與高壓，此時若仍將空氣視為理想氣體並不完全正確，不少學者曾經指出若是考慮氣體的電離效應，則反射波將可達到入射波的 20 倍之多。

(2) 斜反射(Oblique Reflection)

當空氣衝擊波障礙物表面成 φ_1 角入射時，就會發生斜反射，而形成的反射波與障礙物壁面所夾的角 φ_2 並不一定等於入射角 φ_1 。假設 D_1 與 D_2 分別為入射波與反射波的波速，反射的結果將使得空氣質點速度在垂直壁面方向的分量為零，如圖 2.1.2 所示。O 點在障礙物表面以 $D_1/\sin\varphi_1$ 的速度自右向左移動，若採用以相同速度向左移動的動座標來表示，則入射衝擊波與反射衝擊波成為不動的波陣面，而原來靜止的空氣則以 $q_0 = D_1/\sin\varphi_1$ 的速度向右移動。圖中”0”區表示未經擾動的區域；”I”區表示入射衝擊波已通過而反射衝擊波尚未到達的區域；”II”區表示反射波已經過的區域，而 q_1 、 q_2 分別為 I 區及

II 區氣體的流動速度。當氣體通過波陣面後其速度的大小和方向都將改變，由於平行於衝擊波陣面的切向分量不變，而法向分量變小，因此使得氣流的運動方向朝壁面偏轉，得 $q_0 \cos \phi_1 = q_1 \cos(\phi_1 - \theta)$ 。在入射波陣面的兩側，由動量與質量守恆定律可得

$$q_0 \sin \phi_1 = \rho_1 q_1 \sin(\phi_1 - \theta) \quad (1.31)$$

$$P_0 + \rho_0 q_0^2 \sin^2 \phi_1 = \rho_1 q_1^2 \sin^2(\phi_1 - \theta) + P_1 \quad (1.32)$$

同樣在 I 區中氣流以 q_1 的速度前進，並與反射波陣面 $\phi_2 + \theta$ 的夾角流入 II 區，反射氣流 q_2 的方向由於速度分量 $q_1 \cos(\phi_2 + \theta)$ 的作用同樣向外偏轉，且平行於壁面，對於這種斜反射又稱為規則斜反射，對於反射波的兩側有

$$q_2 \cos \phi_2 = q_1 \cos(\phi_2 + \theta) \quad (1.33)$$

$$2q_2 \sin \phi_2 = \rho_1 q_1 \sin(\phi_2 + \theta) \quad (1.34)$$

$$P_2 + \rho_2 q_2^2 \sin^2 \phi_2 = \rho_1 q_1^2 \sin^2(\phi_2 + \theta) + P_1 \quad (1.35)$$

如同正反射代入入射波與反射波的絕熱方程式以後，反射波陣面上的參數與 θ 角則可求得，但是這樣的方法太過於複雜，因此就有學者提出了一個近似的計算公式

$$\Delta P_2 = (1 + \cos \phi_1) \Delta P_1 + \frac{6 \Delta P_1^2}{\Delta P_1 + 7 P_0} \cos^2 \phi_1 \quad (1.36)$$

(3) 馬赫反射(Mach Reflection)

對於前述的斜反射又稱之為規則斜反射，在規則斜反射的條件

下存在有一個臨界入射角 φ_{1c} ，當入射角 φ_1 大於臨界入射角 φ_{1c} 時，Ernst Mach 在 1877 年時指出：入射衝擊波與反射衝擊波將會合而形成第三個衝擊波。而這個衝擊波即被命名為馬赫波(Mach wave)，此種現象就稱為馬赫反射。

假設一空中爆炸發生在距地表面 H 的高度上如圖 2.1.3，當爆炸發生以後衝擊波以球面形狀在大氣中傳播，經過一段時間後衝擊波陣面在與地面碰撞後，在爆炸中心投影點上(C 點)，由於衝擊波傳播的方向與地面垂直，此時的反射為一正反射，隨著逐漸離開爆炸中心的投影點，入射波陣面傳播方向在此處與地面成 φ_1 的夾角，此時為斜反射(E 點)。隨著離爆炸中心的投影點的距離不斷增加，入射角 φ_1 也越來越大，當 φ_1 大於臨界入射角 φ_{1c} 時，反射波陣面趕上並與入射波陣面會合而成為另一個單一的衝擊波，這個合成波就稱為馬赫波。

由於入射波與反射波的會合是逐次言高度發生的，所以合成波陣面的高度會隨著與爆炸中心投影點的距離增大而增加。圖 2.1.3 中入射波、反射波與合成波等三個波陣面的焦點稱為三叉點(triple point)。

(五) 技術規範之應用

前一節中利用爆炸相似律及爆震波理論等概念性的介紹了在自

由場中爆炸的物理現象及爆炸所形成的衝擊波初始參數的計算，由於其理論基礎的複雜性，不利於工程師在設計上的使用，因此美國軍方在二次大戰以後有系統的整理並歸納了大量的實驗數據，並且依據炸彈爆炸的位置及條件，針對在空氣中、地表面，及地下等位置爆炸時狀況，將其整理成方便使用的圖表，使用者僅需要確定了爆炸相對應的條件後，即可迅速的由圖表中計算出設計參數。

1. 自由空中爆炸(Free Air Burst)

當爆炸發生在結構體上方，而且在爆點與結構間的初始衝擊波未因地面反射波而放大時，稱為自由空爆，如圖 2.1.4 所示，當壓力波自炸藥起爆點爆炸後，徑向向外傳遞至與結構面接觸並將產生反射波，在爆炸中心投影點上，由於衝擊波傳播的方向與結構面上垂直，此時的反射為一正反射，隨著逐漸離開爆炸中心的投影點，入射波陣面傳播方向在此處與地面形成夾角，此時將會發生斜反射。由於衝擊波作用於壁面上所造成反射波的尖峰壓力比入射爆壓大，其爆壓與時間之歷時如圖 2.1.5 所示，而兩者之間的關係可由圖 2.1.6 得到，在確定尖峰入射壓力後，即可由該圖中查得反射壓力與尖峰入射壓力之比值，進而計算出正反射壓力的值。

在計算爆震波的相關參數時，為求使用方便，美國軍方防爆震設計規範中將其轉換為圖表以利查用，又為了能將各種參數建立於同一圖中，以利預測並查詢爆炸特性，故有提出一立方根縮尺定律

(cube-root scaling law)，即將爆炸距離 R_A 除以 $W^{1/3}$ 稱為比例距離，表示為 $Z = R_A / W^{1/3}$ ；而圖 2.1.7 與圖 2.1.8 分別為自由空爆下正壓段與負壓段的爆震波參數。其使用步驟如下[11]：

(1) 依據給定的炸藥重量與距離計算比例距離 $Z = R_A / W^{1/3}$
(ft/lb^{1/3})

(2) 查圖 2.1.7 得以下正相壓段衝擊波參數，其中

P_{s0} : 入射壓峰值(psi)

P_r : 反射壓(psi)

$i_r / W^{1/3}$: 比例反射壓衝量(psi-ms/lb^{1/3})

$i_s / W^{1/3}$: 比例入射壓衝量(psi-ms/lb^{1/3})

$t_a / W^{1/3}$: 比例到達時間(msec/lb^{1/3})

$t_0 / W^{1/3}$: 比例正壓作用延時(msec/lb^{1/3})

U : 衝擊波波速(ft/ms)

$L_w / W^{1/3}$: 比例衝擊波波長(ft/lb^{1/3})

圖中部分參數為比例參數，故須將所求得之衝擊波參數乘上 $W^{1/3}$ 。

由前所述，已知空氣衝擊波的波形是隨時間迅速衰減的一條曲線，並且在波陣面後最初階段衰減的較為劇烈，隨後則較為緩慢如圖 2.1.5。當峰值壓力 P_{S0} 不高時，為了設計上的方便可將入射壓隨時間變化的歷時轉換為等衝量之三角形波，其作用延時為：

$$t_{0f} = 2i_a / P_{so} \quad (1.37)$$

對於負壓段的爆震波參數，同樣可依據步驟(1)所得到的比例距離，查圖 2.1.8 而得到負壓段的爆震波參數。在圖 2.1.7 與圖 2.1.8 中，對於最大比例距離為 $Z=100(\text{ft}/\text{lb}^{1/3})$ ，其主要對於大多數結構，當爆炸的距離超出此一範圍後，其對結構已無破壞能力。

在大多數情況下，爆震波並非完全垂直於結構表面，因此，除了考慮衝擊波的峰值壓力及正反射壓力及比衝量等參數以外，還要將斜反射所造成之反射壓力。對此則必須在確定了尖峰入射壓力 P_{so} 值及入射角 α ，由圖 2.1.9 中查得反射因數(Reflection factor) C_r 。而反射壓峰值根據 $P_r = C_r \cdot P_{so}$ 即可求得。其次根據所求得的 P_r 值，再查圖 2.1.7 中 P_r 曲線所對應之比例距離 Z 值，再依此 Z 值查 i_r 曲線而得反射壓衝量 i_r 。

對此，同樣可將反射壓歷時，轉換為等衝量之三角形歷時，此時延時改為

$$t_{0rf} = 2i_r / P_r \quad (1.38)$$

2. 近地面之空中爆炸(Air Burst)

當爆炸位置靠近地面時，爆炸所形成的衝擊波同樣以爆炸點為中心，徑向向外傳遞，若地面上的防護結構與爆點之間有一定的距離，則在衝擊波作用至防護結構之前，將會與來自地面之反射波互相干擾，而形成馬赫波(Mach Wave)並且沿著地表面前進，如圖 2.1.10

所示，由於受到地面的反射，爆壓極值較自由空氣中爆炸大，而馬赫波的高度隨爆炸中心距離的增加而增加，此高度的變化也就是入射波、反射波與馬赫波三個波交會的三叉點的行進路徑。對於一防護結構若其高度低於三叉點(或馬赫波)的高度時，由於波在三叉點(triple point)下方是近似為一平面沿地面前進，故防護結構設計時可考慮受到平面波的作用，爆壓均勻分佈。三叉點高度與炸藥爆炸高度以及地面水平距離相關，對此可由圖 2.1.11 在已知炸藥爆炸高度及重量之情況下，計算炸藥的比例高度($H/W^{1/3}$)及比例距離($R_G/W^{1/3}$)。而後即可計算出水準位置上三叉點高度的變化。

若經計算得知三叉點在水準距離上的高度較結構體的高度為低時，則作用在結構面上的載重必須分別考慮：三叉點以下為馬赫波作用，三叉點以上則為入射壓力波與地面形成之反射壓力波先後作用，兩者的壓力歷時分別如圖 2.1.12(a)與圖 2.1.12(b)所示。對於馬赫波而言，由於其尖峰壓力強度較直接入射壓力波 P_s 以及由地面形成之反射波 P_r 為強，因此，從設計的角度，可忽略此一壓力的變化，並將爆炸所形成的馬赫波作為設計依據。計算時先將炸藥的比例高度($H/W^{1/3}$)與夾角(圖 2.1.11)求出以後，由圖 2.1.13 與圖 2.1.14 即可分別計算出馬赫波前壓力 P_{ra} 與衝量 i_{ra} 。對於其他的爆震波參數的計算則是藉由假設馬赫波前壓力 P_{ra} 等於 P_{S0} 、衝量 i_{ra} 等於 i_s ，由圖 2.1.7 與圖 2.1.8 分別找出 P_{S0} 與 i_s 相對應的比例距離後，由 P_{S0} 計算 P_r 、 t_a 、

U 、 L_w 等參數，由 i_s 計算 i_r 、 t_0 等。

3. 地表面爆炸(Surface Burst)

當炸彈在地表面或接近地面處發生爆炸時，爆炸所產生的爆震波向外傳遞，由於爆點非常接近地表面，因此爆震波迅速經由地表面反射而形成反射波，並與衝擊波結合為單一且類似半球形(hemispherical)震波向外傳遞，如圖 2.1.15 所示，在靠近地面處可假設為平面波，爆壓均勻分佈。對於正壓段與負壓段的爆震波參數分別如圖 2.1.16 與圖 2.1.17 所示，如同自由空爆一般，圖中的爆震波參數亦均為比例距離之函數。

對於炸藥在地表面爆炸其爆震波參數的求解過程與自由空中爆炸震波參數之計算步驟相同，敘述如下：

- (1) 依據給定的炸藥重量與距離計算比例距離
- (2) 查圖 2.1.16 得以下正相壓段衝擊波參數，其中

P_{S0}	: 入射壓峰值(psi)
P_r	: 反射壓(psi)
$i_r/w^{1/3}$: 比例反射壓衝量(psi-ms/lb ^{1/3})
$i_s/w^{1/3}$: 比例入射壓衝量(psi-ms/lb ^{1/3})
$t_a/w^{1/3}$: 比例到達時間(msec/lb ^{1/3})
$t_0/w^{1/3}$: 比例正壓作用延時(msec/lb ^{1/3})
U	: 衝擊波波速(ft/ms)

$L_w/w^{1/3}$: 比例衝擊波波長(ft/lb^{1/3})

(六) 結構物上爆壓

當炸藥在空氣中爆炸時所產生的衝擊波對於周圍的目標(如結構物、人員、裝備等)將產生不同程度的破壞與損傷，但是各種目標在爆炸衝擊波作用下的破壞與損傷是一個極複雜的問題，它不僅與衝擊波的作用情況有關，而且與目標物的形狀、強度，延展性等因素相關，除此之外，尚有下列因素的影響

- (1) 衝擊波陣面上尖峰壓力的大小。
- (2) 衝擊波的作用延時及作用壓力隨時間變化的關係。
- (3) 結構物所處的位置，亦即其與衝擊波陣面的相對關係。
- (4) 結構物的形狀與大小。

在此將假設結構物為矩形的結構，針對在地表面上受到近地面爆炸時所產生的平面波作用後，結構體不同位置上爆壓歷時的計算程式，而此依計算程式將可延伸應用於其他形式的結構系統。在假設爆壓為均佈力作用，當炸點在結構體上方時，由於距離遠，假設其爆壓與自由空氣中爆炸相同，當炸點在結構體側面時，每一面牆皆承受爆壓。

(1) 正面牆上之載重

對於一矩形結構承受爆震波負荷時，若炸藥起爆位置與結構受

壓力面為平行，將為一正反射，如圖 2.1.18 所示。在震波作用於正面牆上的瞬間，牆面上的壓力將迅速升高至正反射壓力 P_r 的大小，此一反射壓為入射壓力的函數，其關係如圖 2.1.7 所示。而反射壓在正壓區的作用時間為

$$t_c = \frac{4S}{(1+R)C_r} \quad (1.39)$$

其中 S 為 H 與 $\frac{W}{2}$ 之較小值， H 為結構物高度， W 為結構物寬度；

$R = S/G$ ， G 為 H 與 $\frac{W}{2}$ 之較大值， C_r 為反射區壓力聲速，如圖 2.1.19

當反射壓離開牆面以後，此時牆面上的壓力為入射壓與拖曳壓之代數和，表示為

$$P = P_s + C_D q \quad (1.40)$$

其中 C_D 為拖曳係數(drag coefficient)，在低壓區對於正面牆而言 $C_D=1$ ， q 為動態壓力，其與尖峰入射壓之關係如圖 2.1.19 所示。若震波行進方向與結構牆面並非垂直時如圖 2.1.18(b)，則尖峰反射壓力與入射壓的關係可由圖 2.1.20 得到。對於正反射與斜反射的反射壓作用時間亦可由式 1.30 與式 1.36 計算而得到，結果如圖 2.1.18 中虛線所示。

由於負壓段的影響對正面牆而言十分的小，在設計上並不需考慮其效應，但若須計算結構體在受到爆震後的運動模式，則應包括負壓段。

(2) 屋頂與側牆

當爆震波作用在結構屋頂上時，由於震波行進中不受阻擋，不會發生反射現象，因此作用在結構上力的大小僅與入射壓力波的大小、作用位置與波長相關，要精確的計算出屋頂與側牆上所受的壓力，必須針對屋頂與側牆上不同位置在不同時間下壓力變化逐步計算，找出一等值的均勻壓力歷時。如圖 2.1.21 所示。

為了簡化計算，將等值均勻壓力表示為 f 點的震波參數的函數，而等值載重因數 C_E 、壓力上升延時以及等值均勻壓力作用延時則表示為波長與跨距比(L_{wf}/L)的函數，分別如圖 2.1.22、圖 2.1.23、圖 2.1.24 所示，而作用於屋頂上的尖峰壓力 P_R 則表示為等值均勻壓力與拖曳壓之代數和，表示如下：

$$P_R = C_E P_{S0f} + C_D q_{0f} \quad (1.41)$$

式中 P_{S0f} 為 f 處的尖峰入射壓， q_{0f} 為 $C_E P_{S0f}$ 所對應的動態壓，對於屋頂與側牆的拖曳係數 C_D 值為動態壓力的函數，查表 2.1.3。同樣地，在設計上並不需要考慮負壓段效應，但若需計算結構體在受到爆震後的運動模式，則應包括負壓段。

二、結構物在爆炸壓力波作用下之分析

當作用於結構物上之外力隨著時間迅速改變其大小、方向及位置時，則稱此等作用之載重為一動態荷載。對於結構物在動態荷載的作用下將發生振動，致使其位移和內力(剪力及彎矩)隨著時間而變化。結構之反應可能為彈性也可能進入塑性階段或是脆性破壞階段。對於鋼筋混凝土結構而言，若其受拉側中的鋼筋應力超過降伏極限，或者是受壓側之混凝土應力超過其動態強度，則將導致結構物桿件之破壞。

對於防護性結構進行動態反應分析之目的，即是要瞭解結構在動態荷載作用下的運動規律，並確定其反應量之大小，以便進行結構設計。由於此等結構在不同的工作條件下，將可能受到各種動態荷載，其中包含了較具威脅性的空氣中及近地面的爆炸荷載等。對於結構而言，若是在其工作條件下不允許出現不可恢復之永久變形，則進行動態反應分析時結構將被視為彈性體而進行分析。反之，則可進行彈塑性反應分析與設計。

(一) 動態問題之基本特性

由於動態荷載是一隨著時間變化的作用力，此一荷載導致結構產生振動，分析時對於結構質量加速度的影響不可忽略，亦即在建

立平衡方程式時，必須考慮振動加速度所引起之慣性力，或者是動能的影響。因此，研究之過程中，構件將可轉化成等效集中質量，整體結構的抗力則以慣性力之和與結構抗力關係來表示。由於爆炸荷載作用時間及結構自由振動週期的相對大小，導引出了壓力波的脈衝荷載和擬靜態荷載之概念，並使結構產生與之對應的動態反應特性，而這些動態反應特性可用壓力-衝量(P-I)曲線表示[27]。

為了方便分析及確定結構之反應，一般常將結構簡化為一個單自由度系統，以瞭解系統在不同型態之壓力波作用下之反應。因此，本計畫將先透過簡化為單自由度系統的結構構件在爆炸荷載作用下的動態反應方程式之推導。

(二) 單自由度系統在爆炸壓力波作用下之分析

對於一質量為 m 之單自由度系統如圖 2.2.1 所示，支承中之內力(或稱之為抗力)為 R ，根據 d'Alembert 原理，在平衡條件下之運動方程式可以表為：

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + R(y) = p(t) \quad (2.1)$$

當對此一系統加載時，彈簧將產生變形，於此同時系統亦將產生抗力，抗力隨著變形量之增加而逐漸增加，故可將抗力 R 表示成系統

變形量 y 之函數如圖 2.2.1 所示。卸載時，對於彈塑性材料之抗力與位移在成線性關係之條件下

$$R(y) = c(y - y_R) \quad (2.2)$$

式中 $y_R = y_{\max} - \frac{R(y_{\max})}{c}$ ； y_{\max} 是 $\frac{dy}{dt} = 0$ 時系統之最大位移量； c 是系

統之勁度。因此對於加載與卸載時的運動方程式可分別表示為

$$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + R(y_1) = p(t) \quad \text{Loading} \quad (2.3)$$

$$m \frac{d^2 y_2}{dt^2} + c(y_2 - y_R) = p(t) \quad \text{Unloading} \quad (2.4)$$

當荷載 $p(t)$ 是突然施加，且壓力之大小不隨時間而變化時(即 $p(t) = p_0$)，在初始位移與速度均為靜止之情況下，對上式積分可得到

$$y_{\max} = \left[\frac{(n+1)p_0}{k} \right]^{1/n} \quad (2.5)$$

式中 k, n 為抗力係數。

1. 彈性-理想塑性抗力模式

當單自由度系統之抗力函數為彈性-理想塑性性質所示之雙線性模式時如圖 2.2.2 所示。

$$\begin{aligned} y_1 \leq \frac{R_0}{c}, \quad R(y) &= cy \\ y_1 \geq \frac{R_0}{c}, \quad R(y) &= R_0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

當系統中之 $R = cy$ 時，系統之運動方程式如下

$$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + cy_1 = p(t) \quad (2.7)$$

當系統中之 $R=R_0$ 時

$$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + R_0 = p(t) \quad (2.8)$$

因此，對於此一系統方程式將分解為兩線性微分方程式。

當 $t < t_0$ 時， $y_1 \leq \frac{R_0}{c}$

$$y_1 = \frac{1}{m\omega} \int_0^t p(\tau) \sin[\omega(t-\tau)] d\tau \quad (2.9)$$

當 $t > t_0$ 時，

$$y_2 = \frac{1}{m} \left[\int_{t_0}^t \int_{t_0}^t p(t) dt dt - \frac{R_0(t-t_0)^2}{2} \right] + \dot{y}_1(t_0)(t-t_0) + y_0 \quad (2.10)$$

對於此一情況，在 $t=t_{max}$ 時，可以得到系統之最大位移。

2. 雙線性應變硬化抗力模式

對於系統之抗力函數為雙線性應變硬化模式時如圖 2.2.3 所示。

$$R(y) = \begin{cases} cy & 0 \leq y \leq \frac{R_0}{c} \\ c_1 y + R_0(1 - \frac{c_1}{c}) & y \geq y_0 \end{cases} \quad (2.11)$$

同樣的，系統方程式可分解為兩組線性微分方程式，如下

$$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + cy_1 = p(t) \quad (2.12)$$

$$m \frac{d^2 y_2}{dt^2} + c_1 y_2 = p(t) - R_0(1 - \frac{c_1}{c}) \quad (2.13)$$

因此，對於此一方程式之解在求解時，尚須遵守位移與速度的連續條件，亦即在求得式(2.12)之解以後，所得到之位移與速度將用於式(2.13)之初始條件。對於上述方程式計算後可得到系統之最大位移為

$$y_{\max} = \frac{R_0}{c} \left[\left(\frac{p_0}{R_0} - 1 \right) \frac{c}{c_1} + 1 + \sqrt{\frac{c^2}{c_1^2} \left(1 - \frac{p_0}{R_0} \right)^2 + \frac{c^2}{c_1^2} \left(\frac{2p_0}{R_0} - 1 \right)} \right] \quad (2.14)$$

3. 剛塑性抗力模式

對於結構系統受到突加、短延時之爆炸荷載時，慣性效應無法忽略，結構物之變形將進入塑性狀態，若假設結構之力學行為在到達彈性極限前，處於靜止狀態，運動方程式表示為

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = p(t) - R_0 \quad (2.15)$$

從上述方程式觀察，欲使系統之運動停止，唯須外加荷載 $P_0 < R_0$ 。對於 $p(t) = p_0 (1 - t/t_d)$ 規律之荷載，由式(2.15)在初始條件為零之情況下進行積分，可得到最大位移為

$$y_{\max} = \frac{2p_0 t_d^2}{3m} \left(1 - \frac{R_0}{p_0} \right)^3 \quad (2.16)$$

對於具有硬化行為之剛塑性模式，其抗力表示為

$$R(y) = R_0 + cy \quad (2.17)$$

運動方程式表示為

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + cy = p(t) - R_0 \quad (2.18)$$

最大位移為

$$y_{\max} = \frac{2p_0 - R_0}{c} = \frac{2p_0}{c} \left(1 - \frac{R_0}{p_0} \right) \quad (2.19)$$

(三) 鋼筋混凝土梁之動態反應分析

1. 彈性階段

在爆炸荷載作用下，鋼筋混凝土梁的變形過程與靜態荷載條件一樣，經歷三個變形階段：(1)裂縫形成前的彈性變形階段；(2)裂縫形成到縱向鋼筋降伏階段；(3)降伏階段。對於一跨度為 l 之簡支梁，單位長度之質量為 m ，在動態荷載 $p(x, t)$ 作用下，梁的動態撓曲微分方程式為

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (2.20)$$

式中 EI 為彈性階段鋼筋混凝土梁的撓曲剛度， $y(x, t)$ 為梁之撓度函數。梁在動態荷載下的內力則表示為

$$M_d(x, t) = -B \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.21)$$

$$Q_d(x, t) = -B \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \quad (2.22)$$

式中 $M_d(x, t)$ 、 $Q_d(x, t)$ 分別為動態彎矩與動態剪力。

對於前一章所描述爆炸壓力波的變化規律一般是隨時間衰減的，為了簡化設計之計算，對於鋼筋混凝土梁進行動力分析時，本

計畫將其簡化為直線衰減及具上升段之三角形荷載進行研究。

(1) 三角形爆炸荷載

對於結構承受直線衰減之三角形荷載時，若動態荷載沿著梁跨度分佈之規律不變時，由分離變數法可將動態荷載表示為

$$P(x,t) = p_0 f(x) f(t) \quad (2.23)$$

式中 p_0 為動態荷載的幅值， $f(x)$ 、 $f(t)$ 分別為描述荷載隨跨度及時間變化之特徵函數。同理，對於梁之撓度表示為

$$y(x,t) = p_0 F(x) T(t) \quad (2.24)$$

式中 $F(x)$ 為撓曲形狀函數， $T(t)$ 則為位移之時間函數，其中函數 $F(x)$ 可由 $EI \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = f(x)$ 之關係求得，同時此一函數亦隨著不同之邊界之

城條件而變化。將上式代入動態撓曲微分方程式中，得到

$$p_0 EI [F^{(4)}(x) T(t)] + mp_0 [F(x) \ddot{T}(t)] = p_0 f(x) f(t) \quad (2.25)$$

根據 Galerkin 加權殘值法，上述方程式可表示為

$$\int_0^l \{ p_0 EI [F^{(4)}(x) T(t)] + mp_0 [F(x) \ddot{T}(t)] - p_0 f(x) f(t) \} F(x) dx = 0 \quad (2.26)$$

整理後可得到一微分方程式

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = \omega^2 f(t) \quad (2.27)$$

式中 ω 是梁自然振頻，其大小取決於梁端支承之類型。

$$\omega^2 = \frac{\int_0^l f(x) F(x) dx}{m \int_0^l F^2(x) dx} \quad (2.28)$$

對於兩端為鉸支承之梁，邊界條件為：

$$\begin{aligned} y(0) = 0, \quad M(0) = -EI \left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=0} &= 0 \\ y(l) = 0, \quad M(l) = -EI \left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=l} &= 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

於是，梁的振形函數可根據前述之結果得到，表示為

$$F(x) = \frac{1}{12EI} \left(\frac{x^4}{2} - l \cdot x^3 + \frac{l^3 x}{2} \right) \quad (2.30)$$

將此一結果代入頻率方程式中，即可求出梁之基本振動頻率

$$\omega = \frac{9.876}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

梁中之彎矩為

$$M(x,t) = -p_0 F''(x) T(t) = \frac{p_0}{2} (lx - x^2) T(t) \quad (2.31)$$

根據初始條件， $t=0$ 時，梁的撓度和振動速度等於零，即

$$T(0) = 0, \quad \dot{T}(0) = 0 \quad (2.32)$$

假設梁承受三角形爆炸壓力荷重，該荷重表示為

$$p(t) = \begin{cases} p_0 \left(1 - \frac{t}{t_d} \right), & 0 \leq t \leq t_d \\ 0, & t > t_d \end{cases} \quad (2.33)$$

當 $t \leq t_d$ 時，式 3.27 改寫為

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = \omega^2 \left(1 - \frac{t}{t_d} \right) \quad (2.34)$$

則上式在滿足初始條件下之通解為

$$T(t) = \frac{1}{\omega t_d} \sin(\omega t) - \cos(\omega t) + 1 - \frac{t}{t_d} \quad (2.35)$$

當 $t = t_{\max}$ 時，動態函數 $T(t)$ 達到最大值，令 $\frac{dT(t)}{dt} = 0$ ，則

$$\omega \frac{2 \tan(\omega t/2)}{1 + \tan^2(\omega t/2)} + \frac{1 - \tan^2(\omega t/2)}{1 + \tan^2(\omega t/2)} \frac{1}{t_d} - \frac{1}{t_d} = 0 \quad (2.36)$$

則

$$T(t_{\max}) = k_d = 2 \left(1 - \frac{\tan^{-1}(\omega t_d)}{\omega t_d} \right) \quad (2.37)$$

式中 k_d 為梁在彈性階段之動力係數。當 $t_{\max} \leq t_d$ 時，即結構之最大位移是在爆炸荷載作用之時間內達到的，因此式(2.37)須在 $\omega t_d > 2.356$ 時方適用。當 $t > t_d$ 時，則表示結構所承受之荷載移除，進入自由振動階段，對此，動力函數使用 $g(t)$ 來表示，撓曲微分方程只需令式(2.7)中之 $f(t) = 0$ 即可得到

$$\ddot{g}(t) + \omega^2 g(t) = 0 \quad (2.38)$$

式(2.38)之初始條件是由荷載停止作用時刻，以及結構位移和速度的連續性條件來決定。

$$\begin{cases} T(t_d) = \frac{\sin(\omega t_d)}{\omega t_d} - \cos(\omega t_d) \\ \dot{T}(t_d) = \omega \sin(\omega t_d) + \frac{\cos(\omega t_d)}{t_d} - \frac{1}{t_d} \end{cases} \quad (2.39)$$

則式(2.38)之解表示為

$$g(t) = \frac{\dot{T}(t_d)}{\omega} \sin[\omega(t - t_d)] + T(t_d) \cos[\omega(t - t_d)] \quad (2.40)$$

同樣的，在自由振動的階段內，結構最大位移發生之時間亦是由

$\frac{dg(t)}{dt} = 0$ 來得到，即

$$\tan[\omega(t_{\max} - t_d)] = \frac{\dot{T}(t_d)}{\omega T(t_d)} \quad (2.41)$$

將最大位移時間代入上式中，則可得到動力係數值

$$k_d = \frac{1}{\omega t_d} \left(4 \sin^4 \left(\frac{\omega t_d}{2} \right) + [\omega t_d - \sin(\omega t_d)]^2 \right)^{1/2} \quad (2.42)$$

圖 2.2.4 為爆炸荷載下鋼筋混凝土梁在彈性階段之動力係數與 ωt_d 之關係曲線。

(2) 具上升段之三角形爆炸荷載

具上升段之三角形爆炸荷載作用下的計算，其荷載型式如下所示。

$$p(t) = \begin{cases} p_0 \frac{t}{t_1}, & 0 < t \leq t_1 \\ p_0 \left(1 - \frac{t-t_1}{t_2} \right), & t_1 < t \leq t_1 + t_2 = t_d \\ 0, & t > t_d \end{cases} \quad (2.43)$$

若使用 $T_1(t)$ 表示 $0 < t \leq t_1$ 時的動力函數， $T_2(t)$ 表示 $t_1 < t \leq t_d$ 時的動力函數， $T_3(t)$ 表示 $t > t_d$ 時的動力函數，方程式與式(2.27)相同，函數 $f(t)$ 分別等於爆炸荷重隨時間變化之特徵函數。唯在各階段變化之時刻，應滿足位移與速度之連續條件，對此求出方程式在三個階段的

解為

$$T_1(t) = \frac{t}{t_1} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega t_1} \quad (2.44)$$

$$T_2(t) = 1 - \frac{t-t_1}{t_1} + \left[\frac{1}{\omega t_1} + \frac{1}{\omega t_2} \right] \sin[\omega(t-t_1)] - \frac{\sin(\omega t)}{\omega t_1} \quad (2.45)$$

$$T_3(t) = A \sin[\omega(t-t_d)] + B \cos[\omega(t-t_d)] \quad (2.46)$$

式中 $A = -\frac{1}{\omega t_2} + \left(\frac{1}{\omega t_1} + \frac{1}{\omega t_2} \right) \cos(\omega t_2) - \frac{\cos(\omega t_d)}{\omega t_1}$

$$B = \left(\frac{1}{\omega t_1} + \frac{1}{\omega t_2} \right) \sin(\omega t_2) - \frac{\sin(\omega t_d)}{\omega t_1}$$

在 $t_1 \leq t \leq t_d$ 階段內，動力函數 $T_2(t)$ 可能會達到最大值。在這種情況下，動力放大係數 $k_d = T_2(t_{\max})$ ， t_{\max} 可由 $\dot{T}_2(t_{\max}) = 0$ 條件求得。

$$\dot{T}_2(t) = \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \cos[\omega(t_{\max} - t_1)] - \frac{\cos(\omega t_{\max})}{t_1} - \frac{1}{t_2} = 0 \quad (2.47)$$

當荷載作用之時間持續很長時，即 $t_2 \rightarrow \infty$ 時，有

$$k_d = 1 + 2 \frac{\sin(\omega t_1/2)}{\omega t_1} \quad (2.48)$$

一般 $\sin(\omega t_1/2)$ 為正值，故由 $\cos(t_{\max} - t_1/2) = -1$ 可推出

$$\omega \left(t_{\max} - \frac{t_1}{2} \right) = n\pi \quad (n=1, 3, 5, \dots) \quad (2.49)$$

由式(2.48)所繪製出之動力係數曲線是隨著 ωt_1 之變化的波浪形曲線如圖 2.2.5，由圖中可見動力係數曲線變化隨著不同之 t_1 而劇烈變化，然而，在設計時考慮此一變化並不符合實際，因此，取該曲線之包絡線在應用上較方便，亦偏於保守。

2. 塑性階段

當鋼筋混凝土梁承受動態荷重，最大彎矩截面中受拉側鋼筋的應力達到材料的動態屈服強度時，即認為梁進入了塑性階段，並在截面處出現塑性鉸。計算時，首先要確定彈性階段終止的時間以做為此一階段分析之初始條件，彈性階段終止的條件可以寫成

$$M(\tau) = M_p T(\tau) = M_{u,d} \quad (2.50)$$

式中， τ 為梁在彈性階段的終止時間； M_p 則為靜態荷載作用下鋼筋混凝土梁的降伏彎矩。因此，對於降伏彎矩的動力系數定義為

$$k_M = T(\tau) = \frac{M_{u,d}}{M_p} \quad (2.51)$$

在計算梁的動態降伏彎矩 $M_{u,d}$ 時，必須考慮到應變速率對鋼筋和混凝土材料的動態強化作用。因此對於鋼筋的動態強度應表示為 $f_{sd} = k_s f_s$ ，對於混凝土的動態強度表示為 $f_{sb} = k_b f_b$ 。式中 k_s 、 k_b 分別表示鋼筋與混凝土之動態增強因數(dynamic increase factor, DIF)，其值如圖2.2.6及2.2.7所示。彈性階段終止時間則可表示為

$$1 - \frac{\tau}{t_d} - \cos(\omega\tau) + \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega t_d} = k_M \quad (2.52)$$

(1) 荷載作用階段

在塑性階段，假設鋼筋混凝土梁受爆炸荷載 $p(t)$ 作用，在彈性階段終止時刻的撓度和位移速度應保持連續條件，即 $t = \tau$ 時有

$$w_0(x, \tau) = p_0 T(\tau) F(x) \quad (2.53)$$

$$\dot{w}_0(x, \tau) = p_0 F(x) \omega \left[\sin(\omega\tau) - \frac{1 - \cos(\omega\tau)}{\omega t_d} \right] \quad (2.54)$$

如圖2.2.8所示，在塑性階段，在梁跨中截面形成塑性鉸時，梁的撓度為

$$y(x, t) = w_0(x) + \varphi(t)x \quad (2.55)$$

式中， $\varphi(t)$ 為梁段在左半端的轉角。對於塑性階段梁的動力方程根據勢能原理，令所有作用於梁上的力（包括慣性力），在可能位移上所做功的總和等於零。

$$\int_0^{l/2} p(t)\delta\varphi x dx - \int_0^{l/2} (m\ddot{\varphi}x)\delta\varphi x dx - M_{u,d}\delta\varphi = 0 \quad (2.56)$$

$$\frac{p(t)l^2}{8} - \frac{ml^3}{24}\ddot{\varphi} = M_{u,d} \quad (2.57)$$

當動態荷載超出了梁的承載能力時，所超出的荷載將由慣性力來進行平衡。由於慣性力之效應，使結構可以短時間承受較高的動態荷載，然而結構則可能會出現較大的塑性變形。

若鋼筋混凝土梁在塑性階段仍承受直線衰減形的爆炸荷載，即

$$p(t) = p_0 \left(1 - \frac{t + \tau}{t_d} \right) = p_0 \left(\delta - \frac{t}{t_d} \right) \quad (2.58)$$

式中 $\delta = 1 - \tau/t_d$ ，將式(2.58)代入(2.57)，並重新整理後可得到

$$\ddot{\varphi}(t) = \frac{24M_P}{ml^3} \left(\delta - \frac{t}{t_d} - k_M \right) \quad (2.59)$$

對於塑性階段梁的初始條件為 $t=0$ 時， $\varphi=0$ ； $\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_0$ ，其中 $\dot{\varphi}_0$ 為塑性鉸之初始角速度，其可根據彈性段之最終反應與塑性階段初始反應對系統動量守恆條件求解。將式(2.59)積分

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{24M_P}{ml^3} \left[(\delta - k_M)t - \frac{t^2}{2t_d} \right] + \dot{\varphi}_0 \quad (2.60)$$

$$\varphi(t) = \frac{24M_P}{ml^3} \left[(\delta - k_M)\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6t_d} \right] + \dot{\varphi}_0 t \quad (2.61)$$

此外，在時間 t_{max} 時，梁之最大轉角應滿足 $\dot{\varphi}=0$ ，故

$$t_{max} = t_d \left[\delta - k_M + \sqrt{(\delta - k_M)^2 + \frac{2.17r}{\omega t_d}} \right] \quad (2.62)$$

將梁在彈性階段與塑性階段之最大位移相加，即可得到梁跨中之最大撓度。

$$y_{max} = w_0 \left(\frac{l}{2} \right) + \varphi_{max} \left(\frac{l}{2} \right) \quad (2.63)$$

(四) 鋼筋混凝土板之動態反應分析

對於鋼筋混凝土板之動態反應分析，根據 TM5-855[4]所示，由於爆炸所產生之壓力波直接衝擊結構表面時，由於壓力波作用之時間及峰值大小均不相同，此將導致分析與計算上之困難，為此，分析時可將結構迎爆面簡化為單自由度系統，並假設鋼筋混凝土板跨中心 O 點的位置為 u_0 ，令

$$u_i = u_0 X(x, y) \quad (2.64)$$

$$\dot{u}_i = \dot{u}_0 X(x, y) \quad (2.65)$$

$$\ddot{u}_i = \ddot{u}_0 X(x, y) \quad (2.66)$$

式中， u_i ， \dot{u}_i 和 \ddot{u}_i 分別為結構板跨上任意點 i 處的位移，速度和加速

度； u_o ， \dot{u}_o 和 \ddot{u}_o 分別為結構板中心 O 處的位移，速度和加速度； $X(x,y)$ 則為結構板塊位移的形狀函數。

根據虛位移原理，對於作用在板上的動態荷載為 p_i ，結構抗力 R ；以及慣性力 $m\ddot{u}_i = m\ddot{u}_o X(x,y)$ ，其中 m 為鋼筋混凝土板單位面積的質量。設板中心有一虛位移 δ ，則任意點 i 的虛位移為 $\delta X(x,y)$ ，對於混凝土板的虛功方程式為

$$\iint_s p_i \delta X(x,y) dS - \iint_s R \delta X(x,y) dS - \iint_s m \ddot{u}_o X(x,y) \delta X(x,y) dS = 0 \quad (2.67)$$

將式(2.66)代入式(2.67)，得

$$\ddot{u}_o + 2\eta \dot{u}_o + \frac{k_{lm}}{m} R = \frac{2\sigma_{o0} f(t) k_{lm}}{m} C_e \quad (2.68)$$

$$\text{其中 } \eta = \frac{\rho c}{2m} = \frac{\rho c}{2\rho_c h} \quad (2.69)$$

$$k_{lm} = \frac{k_l}{k_m} \quad (2.70)$$

$$k_l = \frac{1}{S} \iint_s X(x,y) dS \quad (2.71)$$

$$k_M = \frac{1}{S} \iint_s X^2(x,y) dS \quad (2.72)$$

$$C_e = \frac{\iint_s f(x,y) X(x,y) dS}{\iint_s X(x,y) dS} \quad (2.73)$$

式中， ρ_c 為結構介質的密度； h 為混凝土板的厚度； k_l 和 k_m 分別為荷載係數和質量係數； C_e 為荷載的均佈係數，計算的過程中，透過

此一係數將結構面上分佈不均勻的自由場爆炸壓力轉化成一個均佈分佈荷載。

1. 荷重的均佈化

對於作用於結構面上的自由場爆炸壓力，為了簡化計算過程中壓力分佈與時變的複雜性，在作法上一般是按荷載的總幅值取其平均進行平均化，算式如下：

$$\bar{p} = \frac{\iint p_{io} dS}{\iint_s dS} \quad (2.74)$$

式中， \bar{p} 為均佈荷載峰值壓力。然而，此一並沒有較合理之理論基礎，計算之過程中亦如可避免產生不同程度之誤差，尤其是當荷載分佈變化較劇烈，壓力差較大時，此一演算法對結構的反應量評估亦會產生較大誤差。

美國軍方規範 TM5-855-1[4]中提供了一個較合理的方法，首先針對結構形式進行考量，並將非均佈荷載和等效均佈荷載均視為靜態荷載，隨後採用有限元素分析，由其所受荷載產生的最大變形量來反算均佈荷載。透過此一方法給出了四邊簡支或固支邊界條件下的等效均佈荷載。對於邊界條件未知時，為保守估算結構之反應，建議採用固支邊界條件計算。

對於不均勻荷載在結構板面每一點上峰值為 $\sigma_{i0} = \sigma_{o0} f(x, y)$ ，等

效均佈荷載峰值為 $\bar{\sigma}_0 = C_e \sigma_{o0}$ ，則這兩個荷載對結構體系做的功分別如下。

(1) 不均勻荷載做的功為

$$\iint_s \sigma_{io} u_i dS = \iint_s \sigma_{o0} f(x, y) u_o X(x, y) dS = \sigma_{o0} u_o \iint_s f(x, y) X(x, y) dS \quad (2.75)$$

(2) 均勻荷載做的功為

$$\iint_s C_e \sigma_{io} u_i dS = C_e \sigma_{io} \iint_s u_o X(x, y) dS \quad (2.76)$$

將式(2.62)代入式(2.66)，得均佈荷載做的功為

$$\begin{aligned} C_e \sigma_{io} \iint_s u_o X(x, y) dS &= \frac{\iint_s f(x, y) X(x, y) dS}{\iint_s X(x, y) dS} \sigma_{o0} \iint_s u_o X(x, y) dS \\ &= \sigma_{o0} u_o \iint_s f(x, y) X(x, y) dS \end{aligned} \quad (2.77)$$

顯然，不均勻荷載與等效均佈荷載對結構體系做的功相等。此外，這兩個荷載作用下結構體系的位移也相等，均為 $u_o X(x, y)$ 。因此，對於等效均佈荷載峰值 $\bar{\sigma}_0$ 可表示為

$$\bar{\sigma}_0 = C_e \sigma_{o0} = \frac{\iint_s \sigma_{o0} f(x, y) X(x, y) dS}{\iint_s X(x, y) dS} = \frac{\iint_s \sigma_{io} X(x, y) dS}{\iint_s X(x, y) dS} \quad (2.78)$$

利用虛功原理將空間分佈不均勻荷載依據假設之變形模式進行均佈化之計算，與前述兩種方法相比，除了較具有實質之物理意義外，

在等效過程中更能真實反應出結構反應與變形情況，然而關鍵在於形狀函數 $X(x, y)$ 的選擇。有鑑於此，分析之前首先要確定的是結構構件變形的形狀函數。

在爆炸荷載作用下，結構構件將進入塑性狀態。為此，荷載的等效均佈也應按結構構件進入塑性變形階段考慮。為了要確定變形形狀，即要確定結構構件的塑性鉸線位置，這與結構構件支撐邊界條件，作用荷載等因素有關，非常複雜。一般來說，按固支計算的等效均佈荷載是偏於保守的，因為要達到同樣的變形與內力，其荷載最大。

對於四邊固支板在自由場爆炸荷載條件下之等效均佈係數 C_e ，其規定如表 2.2.1，而荷載的分佈採用美國軍方規範 TM5-855-1 建議之分佈形式決定。四邊固支板的降伏線按 45° 分佈，如圖 2.2.9 所示。若以圖 2.2.9 所示的座標原點為板中心，在板平面內為 x, y 座標，垂直板平面的為 z 軸。當 O 點虛位移為 1 時，則塑性鉸線為以下四個平面的兩兩相交的直線。

$$\begin{cases} z = X(x, y) = (b - 2x)/a \\ z = X(x, y) = (a - 2y)/a \\ z = X(x, y) = (b + 2x)/a \\ z = X(x, y) = (a + 2y)/a \end{cases} \quad (2.79)$$

並且考量下式

$$\iint_s X(x, y) dS = AB/2 - A^2/6 \quad (A < B) \quad (2.80)$$

即板虛位移前後位置之間所夾的體積。根據式(2.73)就可計算得到四端固支板在自由場爆炸條件下的荷載等效均佈係數 C_e ，如表 2.2.1 所示。其值與美軍規範 TM5-855-1 的係數值要小一些。這是因為表中的係數是考慮結構進入塑性極限狀態，採用降服線理論計算得到的；而 TM5-855-1 採用的有限元素法，採彈性或採塑性計算及構件中是否形成塑性鉸之定義模糊。一般而言，採降服線理論計算的等效荷載較小，因為考慮結構構件進入塑性極限狀態，充分地發揮了結構構件變形的能力和抵抗外部荷載的能力。

2. 作用到結構上的均佈動載

自由場荷載經均佈化後，式(2.68)則變成均佈動載作用下的結構系統之運動方程式(彈性階段)，即

$$\ddot{u}_o + 2\eta\dot{u}_o + \omega^2 u_o = \frac{2\sigma_{o0}f(t)k_{lm}}{m} C_e \quad (2.81)$$

式中 ω 為結構的自然振動頻率。該方程式與單自由度阻尼體系的強迫振動方程式類似。因此，假設 η 為結構阻尼量的量度，則阻尼體系的自然振動頻率 ω_d 可按下式計算：

$$\omega_d = \sqrt{\omega^2 - \eta^2} \quad (2.82)$$

一般來說， $\eta < \omega$ 。若 $\eta \geq \omega$ ，則 $\omega_d = 0$ ，或無法計算，這時結構體系屬於過阻尼系統，即結構沒有振動，但這種情況在爆炸荷載作

用下的結構反應並不常見。

設結構的初始位移和初始速度等於零，則式(2.81)的解為

$$u_o = \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d} \int_0^t f(\tau) e^{-\eta(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (2.83)$$

將 $f(t)$ 代入上式可得到結構迎爆面的位移。當 $0 \leq t \leq t_r$ 時，結構板塊

中點位移、速度和加速度分別為

$$\begin{aligned} u_o &= \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d} \int_0^{t_r} \tau e^{-\eta(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \\ &= \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d^2 t_r} \left[t - \frac{2\eta}{\omega} + \frac{e^{-\eta t}}{\omega_d} \sin(\omega_d t - 2\alpha) \right] \end{aligned} \quad (2.84)$$

其中 $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d}{\eta} \right)$

$$\dot{u}_o = \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d^2 t_r} \left[1 - e^{-\eta t} \left(\frac{\eta}{\omega_d} \sin \omega_d t + \cos \omega_d t \right) \right] \quad (2.85)$$

$$\ddot{u}_o = \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d^2 t_r} e^{-\eta t} \sin \omega_d t \quad (2.86)$$

當 $t = t_r$ 時，結構中點位移、速度和加速度分別為

$$u_o(t_r) = \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d^2 t_r} \left[t_r - \frac{2\eta}{\omega^2} + \frac{e^{-\eta t_r}}{\omega_d} \sin(\omega_d t_r - 2\alpha) \right] \quad (2.87)$$

$$\dot{u}_o(t_r) = \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d^2 t_r} \left[1 - e^{-\eta t_r} \left(\frac{\eta}{\omega_d} \sin \omega_d t_r + \cos \omega_d t_r \right) \right] \quad (2.88)$$

當 $t > t_r$ 時，結構中點位移為

$$u_o = \frac{2C_e \sigma_{o0} k_{lm}}{m\omega_d} \left[\int_0^{t_r} \tau e^{-\eta(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau + \int_{t_r}^t \frac{t_d - \tau}{t_d - t_r} e^{-\eta(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right] \quad (2.89)$$

(五) 等效靜態荷載分析法

1. 等效靜態荷載

對於彈性結構系統而言，以模態疊加法計算最大動態位移與動態彎矩時，可以忽略較高階振型的影響，並利用主振型的位移與彎矩，在假設構件振型不變之情況下進行分析，由於該振型通常根據動態荷載分佈取與靜態荷載相同的撓度曲線。因此，透過等效的靜態荷載所產生的變位將近似的等於動態荷載作用下的最大動態位移。對於彈塑性結構而言，等效靜態荷載則是等於動態荷載作用下位移達到容許延性比值時所需要的最大抗力。從設計角度來看，只要知道等效靜態荷載並確定結構系統之內力，就能滿足動態荷載作用下最大抗力的要求，依此進行結構動力計算的方法即稱為等效靜載法。

結構的等效靜載等於動態荷載峰值與動力係數的乘積：

$$\text{彈性設計： } q_d = k_d p_m$$

$$\text{彈塑性設計： } q_m = k_h p_m$$

式中 q_d 和 q_m 分別為按彈性和彈塑性階段工作設計的等效靜載； p_m 為動載峰值； k_d 和 k_h 分別為按彈性和彈塑性階段工作設計的動力係數。

等效靜載法的概念就是考慮動態荷載對結構的動力效應，將動

態荷載峰值乘上動力係數，並將作用在結構上的動態荷載等效成一個靜態荷載，並使該靜態荷載作用下的位移和內力與動態荷載作用下的最大動位移與主大動內力相等，或滿足動態荷載作用下最大抗力的要求。

由於等效靜載法是一種近似的動力分析法，在分佈質量的等效結構系統中，由於慣性力分佈規律與動態荷載的分佈形式不會完全一致，因此在等效靜態荷載作用下，一般只能做到某一截面的內力(如彎矩)與動態荷載下的最大值相等。實際上，動態荷載作用下所產生的最大內力與動態荷載峰值作為靜力分析所得內力的比值，並不完全相等。按等效靜載法設計時，結構的自振頻率可按照假設的振型以能量法求出，一般採用靜撓度曲線作為一階振型。

結構一般由多種構件組成，如頂板、梁、外牆和柱等構件，屬於多構件體系。這些構件有的直接受到不同峰值的外加動態荷載作用，動態荷載作用的時間有先後，變化規律也不一致。要對此一結構作精確動力分析十分困難，一般採用有限元素法等數值方法。在防護性結構設計與分析時，通常將它拆分成單個構件，每個構件都按單獨的等效單自由度體系採用等效靜載法進行分析。

2. 容許延性比

延性比為結構系統最大動態位移與彈性極限位移之比值。為了確定塑性工作階段的等效靜載，因此需要知道構件的延性比，並以

容許延性比 $[\beta]$ 來控制結構系統之變位。當 $[\beta]=1$ 時，構件處於彈性階段，當 $[\beta]>1$ 時，則構件處於彈塑性階段。因此，也就有動力係數 K_d 在數值上等於允許延性比 $[\beta]=1$ 時的動力係數 K_h 。結構構件的允許延性比 $[\beta]$ ，主要取決於兩個條件：一個條件是滿足結構的密閉防水以及撓度控制等功能要求，在動態荷載作用下不殘留過大的變形及裂縫；另一個條件是構件本身能夠提供的延性，這與構件的受力狀態、破壞形態、材料及配筋方式等因素有關。如果結構構件具有較大的允許延性比，則能吸收較多的能量，對於抵抗動載能力較佳。

對鋼筋混凝土結構構件，通常按表2.2.2選取允許延性比 $[\beta]$ 值；對砌體結構件，由於其脆性較大，通常允許延性比 $[\beta]=1.0\sim 1.2$ 。一般來說，爆炸荷載由於其作用時間較短，易使結構構件產生變形回彈的特點，其允許延性比 $[\beta]$ 可以取得大一些，以充分發揮結構材料的塑性變形性能，吸收爆炸能量。因此，鋼筋混凝土結構構件在爆炸荷載作用下按彈塑性工作階段計算時，其允許延性比 $[\beta]$ 可取表2.2.2中的較大值。如果無變形限制要求，受彎構件的允許延性比 $[\beta]$ 可不受表2.2.2所列數值的限制，但不宜屆過10，並應滿足配筋率的要求。

雖然允許延性比不完全反應結構構件的強度、撓度及裂縫等情況，但與這三者都有密切的關係，且能直接表明結構構件所處極限

狀態。因此，用允許延性比表示結構構件的工作狀態，既簡單實用，又比較合理。

3. 疊加慣性荷載近似法

結構在動態荷載作用下會產生動彎矩、動態剪力等動內力。此外，在整個結構體系中，動態荷載的作用會以動態反力相互作用的形式從一個構件傳遞到另一個構件上。例如，在構件支承處附近作截面抗剪強度計算時，必須確定構件支承處的動態剪力，亦即在支座的動反力。目前，對結構構件的動態內力和動態反力的計算方法主要有等效靜載法及疊加慣性荷載法。其中等效靜載法如果用於動彎矩計算，誤差不大，其精度是可以滿足工程設計要求的；但如果用於動態剪力或動態反力計算，則誤差較大，需要修正。由於動態荷載作用下，構件任一時刻的動態內力為該時刻的動態荷載與慣性力共同作用下所產生。由於慣性力的分佈形狀與振型成比例，因而與作用動態荷載的分佈形狀不完全一致，如圖2.2.10所示。因此，這樣計算得到的動反力精度必然較傳統的等效靜載法要高，以下針對這一方法加以討論。

(1) 彈性階段

設振型 $\phi(x)$ 為靜撓曲線形狀，跨中位移為 $y(t)$ 。取半跨長的梁為隔離體，作用於隔離體上的外力有動載、慣性力以及支座反力和跨

中截面的內力。由對稱性可知跨中之剪力必然為零，而慣性力合力點到支座之距離為

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{l/2} x\phi(x)dx}{\int_0^{l/2} \phi(x)dx} = \frac{61}{192}l \quad (2.90)$$

式中 $\phi(x)$ 為假設振形函數，對於簡支梁其形式為

$$\phi(x) = \frac{16}{5l^4}(l^3x - 2lx^3 + x^4) \quad (2.91)$$

將隔離體上全部作用力對慣性力的合力作用點取力矩，寫出平衡方程為

$$V \frac{61}{192}l - M - \frac{1}{2}F \left(\frac{61}{192}l - \frac{1}{4}l \right) = 0 \quad (2.92)$$

式中 M 為跨中之動力彎矩，表示為 $M = \frac{Rl}{8}$ ，其中 R 為隨時間變化之抗力。將 M 代入上式，可得

$$V = 0.39R + 0.11F \quad (2.93)$$

因此，動反力與結構之抗力和外加荷載有關，而抗力和外加荷載又都是時間的函數。對於其他荷載或支承條件的梁或板，也可進行如上相同的計算並得到類似的反力計算公式，只是假定的撓曲線有所不同而已。表2.2.3列出了均佈動態荷載作用下樑板構件動反力的計算運算式。

(2) 塑性階段

塑性階段的振型 $X(x)$ 假定為三角形，跨中彎矩 $M=M_R$ ，慣性力

合力中心到支座距離 $a = \frac{1}{3}$ ，如圖 2.2.10 (b) 所示，取半跨梁為隔離體，對慣性力合力中心取力矩，列出平衡方程，可得

$$V(t) = \frac{3}{8}R_m + \frac{1}{8}F \quad (2.94)$$

式中 R_m 為構件之最大抗力，表示為 $R_m = \frac{8M_R}{l}$ ，對於梁、板構件受均佈動態荷載作用下，塑性階段動反力的運算式如表 2.2.3 所示。

三、爆炸現象之數值模擬

本計畫為了進一步瞭解炸藥起爆之過程及所形成之衝擊壓力波之變化規律，將採用非線性有限元素分析程式 LS-DYNA[28]針對 TNT 爆炸所造成之效應進行分析與研究。

(一) 理論基礎

對於微分方程之空間離散描述上，基本上可區分為 Lagrangian 和 Eulerian 描述法。其中 Lagrangian 描述法是將元素網格定義於物體上，隨著物體移動而變形。各網格之質量保持守恆，但是網格之體積式可以隨時間而改變。其最大之優點在於物體之邊界和自由面與元素邊界一致，可定義出較複雜之邊界，具有追蹤任一質點隨時間歷程變化之能力；而其缺點則為處理大變形之問題時，網格會嚴重扭曲，更甚者會產生負體積(negative volume)使得計算時之時間步長(time step)變得過小而無法接受。對於 Eulerian 描述法則是將元素之網格固定於空間中，當物體移動或變形時，材料質點流過預劃之元素網格，而網格之體積則固定不變，其優點在於網格不因材料變形而產生扭曲，其次是可掌握流體流動與氣體運動之問題；缺點則是需要預劃較大之分析區域，以能涵蓋問題描述所須知物理空間。

由於空氣中爆炸問題之分析若以 Lagrangian 座標描述之元素進

行分析，網格隨空氣介質高速移動，將導致元素迅速產生嚴重之扭曲，使程式運算過程中所須之穩定時間步長(time step)趨近於零，如此所須之計算時間將無限延長，或導致計算之結果無法收斂。為了提高分析之效率，本計畫採用 Eulerian 描述法進行此一部分之分析。此外，由於顯性積分法是依據元素之特徵長度及其傳播聲速計算積分之時間步長，故為了有效追蹤每一瞬時下壓力之變化及壓力波前與空氣介面間流場之變化，元素之分割亦為一重要之考量因素。

1. 微分方程式

連體之運動可以質量、動量及能量等三大守恆方程式加以描述，其標記法有 Lagrangian 和 Eulerian 二種描述方式。

Lagrangian 標記法：

$$D\rho/Dt + \rho(\partial v_i/\partial x_i) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho(Dv_i/Dt) = \rho f_i + \partial \sigma_{ij}/\partial x_j \quad (2.2)$$

$$\rho(DE/Dt) = \rho f_i v_i + \partial(\sigma_{ij} v_i)/\partial x_j \quad (2.3)$$

Eulerian 標記法：

$$\partial \rho/\partial t + \partial(\rho v_i)/\partial x_i = 0 \quad (2.4)$$

$$\rho(\partial v_i/\partial t) + \rho v_j(\partial v_i/\partial x_j) = \rho f_i + \partial \sigma_{ji}/\partial x_j \quad (2.5)$$

$$\rho(\partial E/\partial t) + \rho v_i(\partial E/\partial x_i) = \rho f_i v_i + \partial(\sigma_{ij} v_i)/\partial x_j \quad (2.6)$$

其中

x_i : 座標向量

ρ : 單位元元質量密度

v_i : 質點速度向量

t : 時間

σ_{ij} : Cauchy 應力張量

f_i : 體力

$E = \frac{v_i^2}{2} + e$: 總能量

e : 比內能

$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \right)$ (物質微分)

由於上述質量、動量及能量等三個守恆方程式尚不足求解所描述之問題，因其變數比方程式多，故尚須針對材料特性輔以狀態方程式、初始條件 (initial condition) 和材料組構關係，如此才能求解。

2. 組成律關係(constitutive relation)

組成律關係為描述材料之應力張量與應變張量的關係，可以包括應變率效應(strain rate effect)，工作硬化(work hardening)等。一般可表示為應變、應變率和內能之函數。

$$\sigma_{ij} = f\left(\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, e\right) \quad (2.7)$$

材料組成關係將應變與應力分為剪力部份和體積部份，剪力部份則採用彈塑性組成關係，而體積部份則由狀態方程式來輔助描述體積與應力應變間之關係。

3. 狀態方程式

一般在研究爆炸、撞擊之問題時，會將材料之變形現象區分為二部份，一是體積變形(volumetric deformation)，另一部份為剪切變形(deviatoric deformation)。由金屬材料試驗中得知，金屬在剪應力達到降伏強度時即已發生塑性應變，通常假設不受壓力影響，因此體積變化可視為與剪力破壞無關。關於激震反應之體積應力應變關係可利用狀態方程式來之描述。狀態方程式係描述壓應力 P 與其材料中的內能(或溫度)及體積之關係，可由實驗方法得知，一般表示方法為：

$$P = P(\rho, e) \quad (2.8)$$

(二) LS-DYNA 程式架構

LS-DYNA 為三維有限元素分析程式，可應用於各種工程及軍事領域，如航空器與異物撞擊、汽車撞擊、飛彈貫穿和炸藥爆炸等問題。它提供多種材料模型和狀態方程式，再加以配合功能完備之前後處理器，使得 LS-DYNA 程式在處理撞擊、貫穿和爆炸數值模擬上具有相當多元化的實用性。LS-DYNA 程式可用於處理高度非線性問題，其所採用之顯性積分有限元素分析法是源自美國勞倫斯實驗室(Lawrence Livermore National Laboratory；LLNL)。本計畫在模擬水下爆炸之數值分析所使用之分析系統係採用 FEMB 程式為前、後

處理器和 LS-DYNA 971 程式為計算核心共同組合之程式，以下即對程式系統之前、後處理及計算核心作一說明。

1. 前後處理

前、後處理器 FEMB 之幾何模型是由點、線、面、實體和座標系等特性所建構完成，其功能可滿足各種幾何形狀建立及其網格產生之需求。其輸出、輸入格式及分析結果可經由多種 CAD/CAE 軟體移轉至不同之平臺，大多不受限於應用程式之版本。

2. 網格處理方法

LS-DYNA 程式可用於處理高度非線性問題，同時隨著電腦計算能力的大幅提升，以及同時處理 Lagrangian 和 Eulerian 網格的演算法的進步，所以當有必要同時建立空氣和結構之元素來進行分析時，每一種材料皆可以用最有效率的方式來運算，即(1)空氣和炸藥用 Eulerian 元素來建立。(2)結構部分以 Lagrangian 元素來建立。其原因為如果皆以 Lagrangian 元素來建立分析模型，網格隨流體移動，將導致流體元素迅速產生嚴重的扭曲，使得程式運算過程中所需要的穩定時間步長趨近於零，進而造成整體的計算時間將無限延長，或導致計算的過程產生發散或錯誤的計算結果。若皆以 Eulerian 元素來建立模型，計算網格固定不動，則必須以大量的 Eulerian 元素來追蹤結構物的動態反應，且對於空氣-結構介面之複雜變動之計算易發生錯誤。故藉由使用可以建立 Lagrangian 和 Eulerian 兩種不同元素

之界面的有限元素分析法，將可擷取上述兩種方式的優點。其技術為發展一種 ALE(arbitrary Lagrange Euler) 的計算網格來處理空氣-結構介面。ALE 視計算網格如參考框架，其特性是可以隨不同速度移動，並根據速度之不同而有以下幾種狀況：

1. 網格移動速度為零，計算網格被固定在空間中，如同 Eulerian 的觀點，物體的運動由空間座標來描述。
2. 網格移動之速度和質點運動之速度 v 相同，如同 Lagrangian 之觀點。
3. 計算網格在空間中移動之速度和質點運動速度不同，同時也非靜止不動，此計算網格稱為 ALE，其中的每個節點之位置由瞬時位置向量來決定，特別強調的是位置向量獨立於質點之運動。

以 ALE 來描述時，可以非常簡單的方式達成空氣-結構藕合，在空氣-結構介面上定義適當的條件，使得空氣-結構之間允許相對的滑動，而且空氣網格之移動可以完全獨立於介質本身之運動，特別可以限制空氣介質之節點，使其和結構的節點始終保持連續，且在可滑動介面上所有的節點皆保持在同一直線上，此一演算方式最大的好處是可促進空氣-結構部分各自計算結果的流通。

3. 狀態方程式

在處理爆炸或高速撞擊問題時，其體積應變部分須考慮激震波

效應，因此程式中必須考慮材料之狀態方程式，如此才能模擬出其真實之力學行為。LS-DYNA 程式中較常使用之狀態方程式有：Gamma Law 狀態方程式可描述理想氣體壓力與其內能和體積之關係，須輸入理想氣體比熱、單位質量內能和密度；另多項式狀態方程式和 JWL 狀態方程式則依據材料性質將其相關係數輸入。

(三) 爆炸壓力波數值模擬

由於爆炸的特殊性，對結構進行大量的抗爆試驗研究有其困難度，應用有限元素分析進行爆炸的數值模擬是目前最廣泛採用的方法。本文利用 LS-DYNA 針對自由場爆炸與鋼筋混凝土結構進行分析。

1. 自由場爆炸分析

為了後續研究的深入進行，本章節建立一個炸藥在自由場爆炸的數值模型進行模擬分析，藉由分析結果與經驗公式之比較，驗證模型中各材料參數的可靠性。數值模擬中用到了如下假設：炸藥、空氣為均勻連續介質，爆炸為絕熱過程。

(1) 炸藥：本計畫所使用之炸藥為 TNT 炸藥，採用 LS-DYNA 程式中編號 8 號之 *MAT_HIGH_EXPLOSIVE_BURN 的材料模式，可用來模擬高爆型的炸藥，在選用時需要搭配 Jones Wilkins 和 Lee 提出的 JWL 狀態方程式描述其材料行為如下：

$$P = A \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V_r} \right) e^{-R_1 V_r} + B \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V_r} \right) e^{-R_2 V_r} + \frac{\omega E_0}{V_r} \quad (2.16)$$

其中， A 、 B 、 R_1 、 R_2 、 ω 、 λ 等參數皆為方程式係數， P 為壓力， V_r 為相對體積， E_0 為初始的能量密度。相關參數如表 2.3.1 所示。

(2) 空氣：空氣材料是使用編號 9 號 *MAT_NULL 的材料模式，在選用時需要搭配 LINEAR_POLYNOMIAL 狀態方程式來描述其材料行為如下：

$$P = C_0 + C_1 \mu + C_2 \mu^2 + C_3 \mu^3 + (C_4 + C_5 \mu + C_6 \mu^2) E_0 \quad (2.17)$$

其中， E_0 為初始的能量密度， $\mu = \frac{\rho_{current}}{\rho_{initial}} - 1$ ， C_i ($i = 0 \sim 6$) 為控制係數。若考慮理想氣體，狀態方程式可以用適當的係數 $C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = C_6 = 0$ ，並令 $C_4 = C_5 = \gamma - 1$ ，如此狀態方程式可以簡化為

$$P = (\gamma - 1) \frac{\rho_{current}}{\rho_{initial}} E_0 \quad (2.18)$$

$$E_0 = \rho_{initial} C_v T \quad (2.19)$$

其中， $\frac{\rho_{current}}{\rho_{initial}}$ 為相對密度， γ 空氣比熱， $\rho_{initial}$ 為空氣密度的初始值， $\rho_{current}$ 為目前空氣密度值， C_v 為空氣的定容比熱， T 為空氣初始溫度。相關參數如表 2.3.1 所示。

2. 分析模型描述

本模型採用六面體實體元素建模，採用多物質 ALE 演算法，亦即在同一分析域內因爆炸震波之傳遞，同一有限元素網格可同時存在 2 種以上之材料。分析空氣域之尺寸取為 $1600\text{cm} \times 800\text{cm} \times 800\text{cm}$ ，同時為了避免壓力波傳遞到邊界上，因為介質密度之差異造成波之反射，本計畫在邊界上透過非反射邊界條件之定義來模擬在無限區域的爆炸，炸藥的尺寸為 $80\text{cm} \times 80\text{cm} \times 80\text{cm}$ 位於空氣中心。由於所分析之模型具良好的對稱性，為了減少數值運算所需之時間，本計畫採用 1/8 模型進行分析，並在對稱面上採用對稱邊界條件進行約束，距離起爆點 200cm 處取一量測點觀察壓力波的歷時反應，分析模型與幾何如圖 2.3.1 所示。同時，對於爆炸問題之模擬，網格尺寸與波長之間有密切之相關性，嚴重的影響分析之精度，有鑑於此，研究之初期建立了三種模型網格尺寸進行分析，分別為 10cm、20cm 和 40cm 如圖 2.3.2。另外也針對具有剛性面之模型做一分析，在距離炸藥 800cm 處設置剛性牆，藉由控制炸藥量的大小來改變 Z 值，量測位於剛性面上之反射超壓，模型圖如圖 2.3.1(b)。

3. 分析結果討論

有限元素網格對爆壓歷時的影響如圖 2.3.3 所示，當分析時取距離炸藥中心 200cm 處為量測點時，量測點受到爆壓波作用其作用時間相當短，壓力到達峰值後即迅速衰減，同時經由圖中所示之結果

可以看出自由場爆壓的傳播規律與理想爆炸壓力波曲線趨勢一致。然而由於網格密度的影響，造成峰值壓力與衰減情形不同，對於不同網格對峰值壓力之比較如表 2.3.2 所式，根據經驗公式 J.Henrych 所得之峰值壓力為 15.5MPa，40cm 網格所得之峰值壓力為 3.9MPa，20cm 網格所得之峰值壓力為 9.0MPa，10cm 網格所得之峰值壓力為 13.2MPa，相對誤差約為 14.8%，由此可見網格密度對於爆炸分析影響明顯，收斂性分析有其必要性。自由場爆炸之爆炸壓力波傳播情形如圖 2.3.4 所示，爆炸之初期，壓力波以球型波之型式向外推擠傳播，而且波形傳遞的速度相當快，經過幾毫秒的時間，爆炸壓力波之作用便停止。圖 2.3.5 為具有剛性面之爆炸壓力壓波傳播情形。

為了探討不同縮尺距離下壓力波變化之趨勢，將數值分析之結果與經驗公式對峰值壓力之關係進行比較，結果如圖 2.3.6 所示，在將數值結果與經驗公式取對數座標後觀察，除了 40cm 的網格與經驗公式有明顯的差距，10cm 與 20cm 曲線趨勢與經驗公式大致吻合，至於圖 2.3.7 反射超壓部分，在 Z 值很小的情況下如圖顯式 $Z < 0.2$ 時，理論與經驗公式誤差相當大，表示當炸藥量很大的時候，對分析反射壓之分析與數學模型之可靠度仍需進一步之探討，但當 Z 值逐漸增加，誤差值相對大幅減小，表示當炸藥為小量爆炸時，數值與經驗公式之結果較一致。

爆炸壓力波的峰值超壓模擬結果隨縮尺距離的不同，誤差亦有

所不同，其中，對於接近爆炸點處計算所得到之誤差較大，根據以往文獻分析之結果顯示，在實際氣體中，由於爆炸初期空氣被嚴重壓縮，高溫氣體中因電離、離解和分子結合等過程衰減較快，因此採用理想氣體狀態方程進行分析之可行性仍須進一步之評估，然而各經驗公式計算所得之壓力差值也有明顯不同，說明爆炸壓力本身具有很大的離散性。

四、鋼筋混凝土板受爆炸作用下之結構分析

由於爆炸產生的超壓荷載具有高度的非線性，並且作用延時較短，導致鋼筋及混凝土材料等隨著應變速率的提高，應力-應變關係更複雜，除此之外，一些特徵參數，如強度、延性、彈性模數和阻尼比均會發生不同程度的變化，因此，鋼筋混凝土板在爆炸荷載作用下的破壞形態十分複雜。在持續時間較長的爆炸荷載作用下，鋼筋混凝土構件通常會發生常見的彎曲破壞型態，但是在持續時間較短的爆炸荷載如化學爆炸產生的脈衝荷載作用下鋼筋混凝土結構有可能彎曲破壞發生之前產生剪切破壞。這種破壞發生的突然、迅速、無明顯徵兆。當接觸爆炸發生時，構件將發生局部破壞，產生震塌效應。剪切破壞與震塌破壞都屬於脆性破壞範疇。本計畫將應用 LS-DYNA 分析程式模擬雙向鋼筋混凝土板在爆炸荷載作用下所產生的彎曲破壞和脆性破壞形態。

(一) 混凝土的材料性質

1. 混凝土單軸行為

混凝土發展的歷史已經非常的久遠，其材料參數也已經有了一些標準，對於混凝土受單軸壓力試驗的應力-應變如圖 2.4.1 所示。由圖中可看出在最大抗壓強度(maximum compress strength)的 30%範圍

內，應力應變保持線彈性行為(linear-elastic behavior)。過了這個比例極限(proportionality limit)後，其曲線的曲率在 $0.3f'_c \sim 0.75f'_c$ 之間逐漸增加，最後在接近頂點處 f'_c ，對應的應變為 ϵ_c 。過了頂點 f'_c ，曲率逐漸下降，直到開裂破壞(crushing failure)發生，曲率才停止延伸，此時應變約達到 0.002~0.003、混凝土達到破壞，相對之應變為 ϵ_u ，相對應力為 f_u 。對於普通混凝土、中等強度和高強度混凝土之應力應變曲線如圖 2.4.2 所示，由圖中可看出來曲線的形狀是類似的，所有峰值點 f'_c 大致上約在應變值 0.002 左右，曲線後半下降段，較高強度的混凝土顯得較脆，應力下降比低強度混凝土來得更急劇。

混凝土受到單軸拉力試驗(uniaxial tension test)時，其應力—應變曲線與其在受壓時的形狀相似，如圖 2.4.3，當混凝土受拉時彈性模數會比在受壓時略高，而柏松比(poisson ratio)卻相對較低，且最大抗張強度 f'_t 遠比最大抗壓強度小，其大小約為後者的 5%~10% 左右。要直接測得抗拉強度 f'_t 並不容易，通常之參考下列公式計算：

$$f'_t = 4\sqrt{f'_c} \text{ psi} = 0.33\sqrt{f'_c} \text{ MPa} \quad (4.1)$$

對於常重混凝土(normal-weight concrete)，可用下式求算：

$$E_c = 5700\sqrt{f'_c} \text{ psi} = 4730\sqrt{f'_c} \text{ MPa} \quad (4.2)$$

在混凝土單軸壓力試驗中，其柏松比 ν (poisson's ratio) 大約介於 0.15~0.2 之間，而較具代表性的建議值是 0.19 或 0.2。

2. 混凝土雙軸行為

在不同的雙軸載重之組合下，混凝土的強度和應力應變行為如圖 2.4.4 所示，與其在受單軸應力的情況會有所不同。圖 2.4.5 為混凝土在受不同比例的雙軸應力時典型的雙軸強度包絡線(biaxial strength envelop)。以下為混凝土在受到雙軸載重下之一些性質：

1. 當混凝土受到雙軸壓力，應力比 $\sigma_2/\sigma_3=0.5$ 時，最大強度約增加了 25 %。
2. 當應力比為 $\sigma_2/\sigma_3=1$ 時，強度只增加了 16 %。
3. 試體受到壓力和張力的組合時，混凝土的強度則是明顯的降低，其抗壓強度幾乎是隨著施加張力的增加而線性的折減。

有些試驗也顯示主軸張應力對主壓力勁度(principal compress stiffness)有折減效應。在受雙軸向拉力時，混凝土的抗張強度，與在單軸試驗時所觀察的抗張強度幾乎是相同的。

3. 混凝土三軸行為

圖 2.4.6 為混凝土受到較低或中等圍束應力作用下的典型應力應變曲線[32]。圖 2.4.7 則為混凝土受到較高圍束應力作用下的應力應變曲線[32]。由圖中可以看出混凝土在受圍壓下，其材料行為模擬脆性、塑性軟化或硬化的現象。這是由於混凝土在受高圍壓的情況下，握裹開裂(bond cracking)的可能性大大的降低，而且其破壞模式從開

裂(crack)改變成碎裂(crush)，此外由圖中也可看出材料強度與圍壓大小成正比。

對於混凝土受到三軸壓力的破壞包絡面，一般是隨著靜水壓應力而變化，當靜水壓應力 (hydrostatic stress) 增加時 (即沿著 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ 軸)，偏差應力 (deviatoric stress，與 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ 軸垂直的斷面) 會變大且越接近圓形如圖 2.4.8 所示，顯示混凝土材料強度與靜水壓力有關，當靜水壓力增加時，材料的抗剪能力也會增加。

本計畫混凝土採用 LS-DYNA 之 84 號材料模型。此模型是由 Broadhouse [33] 多年來一直進行驗證實驗所得。該模型具有模擬裂縫和鋼筋的功能，運算時會額外產生一個二進位輸出檔，包含裂縫的位置、寬度和方向。選用此模型能模擬混凝土受動態荷載下之力學與開裂行為，可以作為本計畫探討混凝土受爆炸作用下裂縫情形。

(二) 鋼筋的材料性質

鋼筋在混凝土內的行為幾乎是一維的問題，因此不需考慮鋼材受到多軸應力的組合作用。為簡化計算通常會將鋼筋單軸受拉的應力應變曲線理想化，如圖 2.4.9 是兩種常見的理想化鋼筋應力應變曲線。鋼筋在彈性範圍內時，其彈性模數 ACI 規範[34]建議為：

$$E_0 = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} = 29 \times 10^6 \text{ psi} = 200 \text{ GPa} \quad [4.3]$$

圖 2.4.9(a)表示鋼筋達到降伏應力之後，馬上進入完全塑性狀態，此時若鋼筋受到持續外力作用，應力並不會隨之增加，只會持續變形。圖 2.4.9(b)則考慮鋼筋的應變硬化(strain hardening)行為。當材料進入應變硬化區時的應變 ε_{st} 大約是降伏應變 ε_y 的 12 倍。典型的應變硬化模數 E_{st} (strain-hardening modulus)約為 7000ksi (4830MPa)，極限強度 σ_u 約為降伏強度 σ_y 的 1.55 倍。

鋼筋分為不同強度，本計畫鋼筋採用 LS-DYNA 之 3 號材料模型，其理想化應力應變曲線如圖 2.4.10。對於材料進入塑性區之應變硬化行為可由參數 β 加以控制。若 $\beta=0$ 即為走向硬化(kinematic hardening)；若 $\beta=1$ 則為均向硬化(isotropic hardening)。

鋼筋材料模型的應變率是由 Cowper-Symonds[35]模型考慮，該模型能利用應變率的參數決定降伏應力，公式如下：

$$\sigma_y = \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{P}} \right] (\sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_{eff}^p) \quad (4.4)$$

其中 D, P 是 Cowper-Symonds 應變率參數，對於普通鋼筋取 $D=40$ ， $P=5$ ； ε_{eff}^p 是有效塑性應變， E_p 是塑性硬化模數。

(三) 鋼筋混凝土模型分析模型之描述

本計畫所分析之鋼筋混凝土雙向板模型如圖 2.4.11 所示，板之尺寸為 3m×3.6m×0.15m，x 方向鋼筋為 18 根，y 方向鋼筋為 15 根，

炸藥位元元於模型中心正上方2.5m處，結構四邊皆為固定端，為簡化計算，取對稱 X-Z 面之 1/2 模型分析，如圖 2.4.12。

1. 鋼筋與混凝土之鍵結

鋼筋混凝土在工程設計和非線性有限元素分析中的模型鍵結仍以經驗模型為主，主要有分離式、組合式和整體式三種方法。當研究爆炸作用下鋼筋混凝土的局部損傷時，常用分離式模型，對於複雜結構、高配筋率模型，組合式和整體式的計算精度較差，無法直接觀察鋼筋的損傷情形。本文利用 LS-DYNA 軟體，採用分離式模型，透過 `CONSTRAINED_LAGRANGE_IN_SOLID` 指令將鋼筋元素與混凝土元素進行耦合，近似於剛接的連接方式，避免在建立模型時，鋼筋與混凝土元素節點必須在相同位置所造成之麻煩。

2. 爆炸加載函數法

流固耦合方法是近年來比較常用的爆炸力學數值模擬方法，計算結構在爆炸做用下響應的同時，可以比較準確的瞭解爆炸壓力波在空氣、水等介質中的壓力分佈，然而在計算模型過於巨大，同時要求精度的情況下導致計算時間過長，甚至無法計算。爆炸加載函數法採用直接在固體模型上加載爆炸波，不需要建立流體爆炸場，可以節省大量運算資源。透過爆炸加載函數法，它結合反射壓力和入射壓力並考慮入射角之影響，其表達式為(4.5)

$$p_l = \begin{cases} p_r \cos^2 \theta + p_i (1 + \cos^2 \theta - 2 \cos \theta) & \cos \theta \geq 0 \\ p_i & \cos \theta < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

式中， p_l 為加載壓力， p_i 為入射壓力， p_r 為正反射壓力， θ 為爆炸點到加載點之間連續與加載面法向之間的夾角。這種方法能很方便的給予結構加載爆炸波作用。

3. 材料失效模式

LS-DYNA 中有的材料模型本身可以定義元素失效方式，但大部分模型沒有這種功能，可以透過使用 *MAT_ADD_EROSION 指令自行定義材料失效方式，元素失效後即從模型中刪除。本文採用的材料模型中，混凝土材料要自行定義材料失效方式，鋼筋材料本身就可以定義，當混凝土元素主應變達到 0.01 時失效，鋼筋失效應變取 0.12。

(四) 數值分析方法之驗證

透過文獻可驗證，來佐證使用爆炸加載函數法分析的可靠性，讓所得之數據更加合理。本章節主要依據文獻[36]，此文獻介紹數值模擬方法與各材料之狀態方程式，並利用 ALE 方法來模擬鋼筋混凝土板受到爆炸荷載後其損傷情形，透過實驗與模擬之結果比較，提供預測鋼筋混凝土板承受爆炸作用後其損傷之特徵。

1. 文獻模型

根據文獻之分析模型，其模型配置圖如圖 2.4.13 所示，鋼筋混凝土板之尺寸為 $1000\text{mm}\times 1300\text{mm}\times 100\text{mm}$ ，受到 0.5kg 柱型合成炸藥 Composition B(60:40 DRX:TNT)之作用，炸藥與板之距離為 100mm。文獻中所使用數值模擬方法為 ALE 方法如圖 2.4.14，鋼筋混凝土板元素數量為 $90\times 80\times 25$ ，空氣與炸藥的元素數量為 $90\times 80\times 60$ ，總元素量為 646000 個。

2. 分析結果

文獻中提到實驗所量測中點極限位移為 9mm，而 ALE 方法之數值模擬為 6.21mm，使用爆炸加載函數法所得之結果為 5.69mm，其位移曲線參考圖 2.4.15。數值模擬結果與實驗數據雖不能相符合，但文獻中使用數值模擬之 ALE 法與驗證使用之數值模擬爆炸加載函數法兩者所模擬之最大位移結果接近，間接驗證了使用爆炸加載函數法取代 ALE 方法模擬鋼筋混凝土板受爆炸作用有其可行性。

(五) 雙向板受爆炸壓力波作用下之分析

經過文獻驗證後，利用前述方法研究在爆炸荷載作用下，鋼筋混凝土板受到不同炸藥量、配筋率、炸藥距離與混凝土強度等因素對板的破壞型態之影響，主要觀察板內鋼筋與混凝土應力變化及板的位移變化，分析模型之材料參數如表 2.4.1，當鋼筋降伏則表示鋼

筋受彎曲破壞，元素之剪應力超過極限剪應力則表示發生剪切破壞，由於混凝土抗剪與抗拉強度接近，因此取抗拉強度做為混凝土的極限剪應力。

1.炸藥量對結構之影響

在結構完全沒有損傷情形下，炸藥量 1kg 之情況為板所能承受之最大爆炸荷載，由圖 2.4.16、2.4.17、2.4.18 可以看出在爆炸壓力波與結構作用初始階段很快就達到最大值，鋼筋中點受到爆炸作用明顯，此時軸向應力值為 42.6MPa，尚未達到降伏應力，因此鋼筋有足夠抵抗能力。由於中點距離爆炸位置較近，承受爆炸荷載較大，位移量有最大值 2.44mm，且回彈震盪明顯，顯示在小量炸藥情況下板具有較高振動頻率。

當炸藥量達到 3kg，鋼筋混凝土板在支承附近產生裂縫如圖 2.4.19 所示，將此模型定義為輕微損傷模型，即混凝土雖產生裂縫但元素並未達到失效應變而損壞。此時，鋼筋應力為 97MPa 如圖 2.4.20，中點最大位移為 6.24mm 如圖 2.4.21。當炸藥量增加到 5kg，鋼筋混凝土板不僅產生裂縫且開始有損壞情形如圖 2.4.22，混凝土破壞情形發生在支承端，屬於剪切破壞情形。此時最大位移為 9.75mm，鋼筋應力為 130MPa 如圖 2.4.23。炸藥量增加到 20kg 結構已經明顯破壞如圖 2.4.24，板之降伏線已經完全發展且鋼筋也達到降伏應力。

2. 炸藥距離對結構之影響

將炸藥與鋼筋混凝土板的距離逐漸拉近，由遠處爆炸到接近爆炸，由不同距離的影響來觀察鋼筋混凝土的破壞情形。分析結果如表 2.4.2。炸藥距離對板的破壞影響最為明顯，與前章所述爆炸壓力波傳播規律相同，當距離較近，其縮尺距離 Z 值相對減小，所產生之超壓相對增大，在距離 0.5m 時，鋼筋混凝土板中央將產生貫穿破壞如圖 2.4.25，在距離 1.0m 時，鋼筋混凝土板中央受到爆炸成坑破壞如圖 2.4.26。

參、主要發現與結論

本計畫彙整了爆炸衝擊理論的發展和衝擊波的傳播規律以及數值分析方法的發展歷史和研究現狀，並且針對鋼筋混凝土結構在爆炸壓力作用下的動態反應進行分析。完成(1) 對鋼筋混凝土結構動態計算理論與規範所採用之設計準則等資料整理；(2)應用非線性有限元素分析軟體 LS-DYNA 中之 ALE 演算法，對自由場爆炸模型進行數值模擬；(3)比較並分析與經驗公式計算結果，驗證數值分析模型的可靠性；(4)在鋼筋混凝土方面選擇適用之混凝土組成率模型參數，並用於 RC 結構承受爆炸壓力波作用下的動態反應分析；(5)針對鋼筋混凝土結構元件在爆炸壓力波作用下的破壞影響因素建立分析模式。總結計畫的研究成果，得到結論如下：

- (1)由於爆炸現象的複雜性使得各國學者所提出之經驗公式不盡相同其計算結果也各不相同，此外，隨著縮尺距離的變化結果誤差也不一樣，爆炸點近處誤差大於遠處，且超壓衰減過程比經驗公式計算結果更快。
- (2)應用 LS-DYNA 之 ALE 演算法對無限域自由場爆炸進行數值模擬能直接的模擬出整個場域中爆炸壓力變化的過程，並可得到壓力波傳播過程中不同位置上壓力的變化歷時。此外，網格劃分越密越接近經驗公式。為增加計算效率可以採用漸

進的網格劃分方法。

- (3) 探討不同配筋率、炸藥量、爆炸距離等因素對鋼筋混凝土板的動態反應進行了模擬，並且得到鋼筋混凝土板上不同位置的位移時間歷程曲線。結果顯示，提高配筋率，對於鋼筋混凝土板中點位移能有效減小，且達到最大位移後很快回復，殘餘變形小。然而當受到較大炸藥量時，混凝土損傷大幅增加，當配筋率較低時，破壞主要發生在板中央，而當配筋率提高，主要破壞則發生在支承處。
- (4) 採用高強度的混凝土，能有效減少材料的損傷、降低裂縫數量且及中點最大位移，提高鋼筋混凝土板的抗爆炸能力。
- (5) 在遠距離爆炸荷載作用下，作用在板上的荷載可認為是均勻分佈，且由於板吸收爆炸的能量較小，其變形也較小，在這種情況下易發生彎曲破壞；隨著爆炸距離的減少，由於產生之超壓荷載峰值的增大，混凝土板中心將產生成坑的破壞面。

為使本計畫更臻完善，以下三項為建議事項：

- (1) 研究爆炸分析上，使用流固耦合方法分析可以觀察爆炸壓力波傳播情形，且對模擬分析有更完整的精確性。對於爆炸分析未來研究如果有充裕時間與更有效率的計算資源，建議採用流固耦合方法來做分析。

- (2) 運用有限元素軟體進行數值模擬計算時，對於流固耦合方法需要建立大量的流體網格，而其網格密度具有高敏感性，因此如何建立適當的流場範圍與網格的精確劃分也是一個研究課題。
- (3) 本計畫在分析之過程中並未考慮鋼筋和混凝土之間的滑移作用，此外，由於數值模擬在定量上的正確性和精確度，也有待未來透過實驗方式加以驗證，以使模擬分析之結果更具參考價值。

肆、參考文獻

1. General Services Administration(GSA), Progressive Collapse Analysis and Design Guidelines for New Federal Office Buildings and Major Modernization Projects, 2000.
2. Department of Defense (DOD), Interim Antiterrorism/Force Protection Construction Standards, Guidance on Structural Requirements, 1999.
3. 10CFR 73, Power Reactor Security Requirements, Federal Register, 2009, 74(58): 13926-13992
4. TM 5-855-1, Fundamentals of protective design for conventional weapons, Department of the Army 1986
5. Smith,P.D., Whalen, G.P., Rose, T.A., “Blast Propagation in an Urban Environment,” Proceedings of the 9th International Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures, Berlin, Germany, May3-7, 1999.
6. Rogers, G. L. Dynamics of framed structures. John Wiley & Sons, Inc. New York. 1959:80-91
7. Baker W E. Explosions in air. University of Texas Press, Austin, TX, 1973:7-15。

8. Kinney G F, Graham K J. Explosive shocks in air. Springer-Verlag, New York, USA, 1985:44-50
9. Mays G C, Smith P D. Blast effects on building. Thomas Telford Publications, London, 1995:121
10. Department of the Army (1990), "Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions," Technical Manual TM 5-1300
11. Hopkinson B. British ordnance minutes 13565, 1915.
12. Woznica K, Pennetier O, Renard J. Experiments and numerical simulations on thin metallic plates subjected to an explosion. Journal of Engineering Material and Technology, Transactions of the ASME, 2001, 123(2):203-209
13. Pan Y G, Louca L A. Experimental and numerical studies on the response of stiffened plates subjected to gas explosions. Journal of Constructional Steel Research, 1999, 52(2):171-193
14. Coggin J M, Kapania R K, Johnson E R. Transient response of laminated plates subjected to close proximity explosions. ASME Aerospace Division AD, 1999, 58: 155-162
15. Li G, Chen B Z, Deng X F. Explosion resistance of a square plate with a square hole. Journal De Physique, 2002, 12(7):121-124
16. Duranovic N. Impulsive loading on reinforced concrete

- slabs-modeling considerations. International Conference on Structures Under Shock and Impact, SUSI, 1998:817-826
17. 方秦,吳平安.爆炸荷載作用下 RC 梁破壞形態的主要因素分析.計算力學學報,2003, 20(1):39-42
 18. 方秦,柳錦春.爆炸荷載作用下鋼板與鋼筋混凝土組合梁動力響應分析.工程力學 1997, 00(A03):321-325
 19. 方秦,柳錦春等.爆炸荷載作用下鋼筋混凝土梁破壞形態有限元分析.工程力學,2001, 18(2):1-8
 20. 柳錦春,方秦,龔自明等.爆炸荷載作用下鋼筋混凝土梁的動力響應及破壞形態分析.爆炸與衝擊 2003, 23(1):25-30
 21. Hao H, Cheong H K, Cui S J. Numerical study of dynamic buckling of steel columns subjected to underground explosion. Key Engineering Materials, 2002, 233-236:211-216
 22. Sheng R L, John E C, Kenneth B M. Design of reinforced concrete columns to resist the effects of suitcase bombs. the 6th Asia-Pacific conference shock & impact loads on structures. Perth W Australia, 2005:325-331
 23. Nash P T, Vallabhan C V G, Knight T C. Spall damage to concrete walls from close-in cased and uncased explosions in air. ACI Structural Journal, 1995, 92(6): 680-688

24. Varma R K, Tomar C P S, Parkash S, et al. Damage to brick masonry panel walls under high explosive detonation. ASME, Pressure Vessels and Piping Division PVP, 1997, 351:207-216
25. Makovicka D. Dynamic response of thin masonry wall under explosion effect. Structures and Materials, 2002, 11:47-56
26. Mays G C, Hetherington J G, Rose T A. Response to blast loading of concrete wall panels with openings. Journal of Structural Engineering, 1999, 125(12): 1448-1450
27. Mays GC, Smith PD, “Blast effects on buildings-design of buildings to optimize resistance to blast loading,” Thomas Telford, London, 1995
28. LS-DYNA Theoretical Manual, V.971, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA, USA, 2006
29. Henrych J. The dynamics of explosion and its use. Elsevier Scientific Publishing Company, 1979:178-181
30. Brode H L. Numerical solution of spherical blast waves. Journal of App. Phys, 1955, 26(6):766-775
31. Mays G C, Smith P D. Blast effects on building. Thomas Telford Publications, London, 1995:121
32. Chen, WF, Saleeb, AF, “Constitutive Equations for Engineering

- Materials Volume 1: Elasticity and Modeling,” Elsevier B.V., 1994.
33. Broadhouse, B.J., Drastic. A Computer Code for Dynamic Analysis of Stress Transients in Reinforced Concrete. AEEW-R 2124. 1986.
 34. ACI Committee 318. Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 2005.
 35. Cowper, G.R. and P.S. Symonds, Strain Hardening and Strain Rate Effects in the Impact Loading of Cantilever Beams, Brown University, Applied Mathematics Report, 1985.
 36. Zhou, XQ, Kuznetsov, VA, Hao, H, Waschl, J. Numerical prediction of concrete slab response to blast loading. International Journal of Impact Engineering 2008;35:1186-1200.

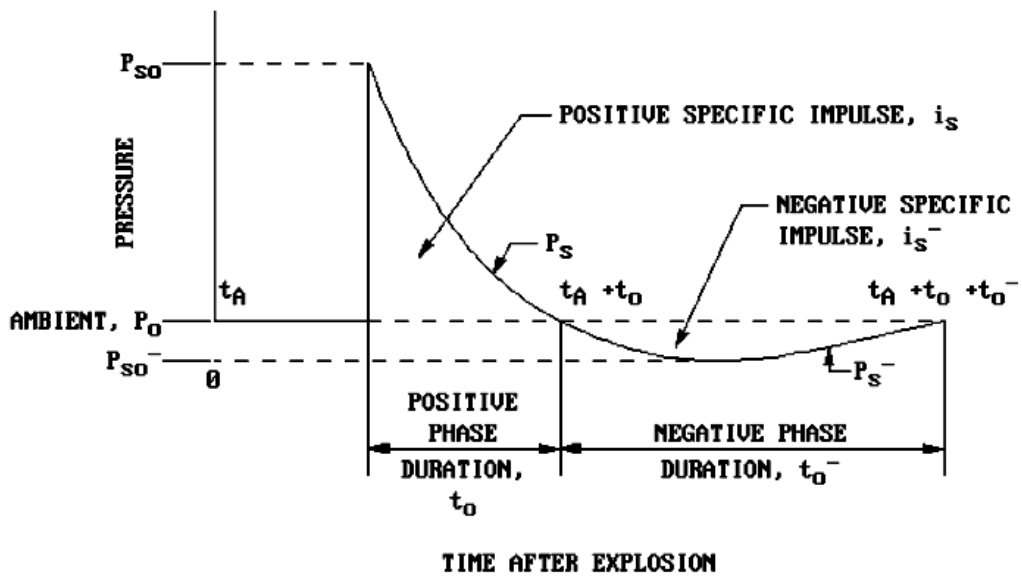


圖 2.1.1 自由場爆炸壓力時間曲線

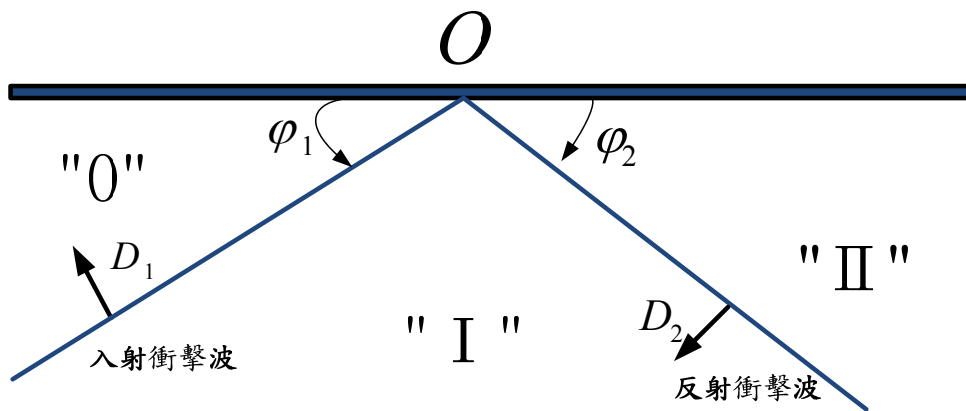


圖 2.1.2 衝擊波在剛性面之斜反射

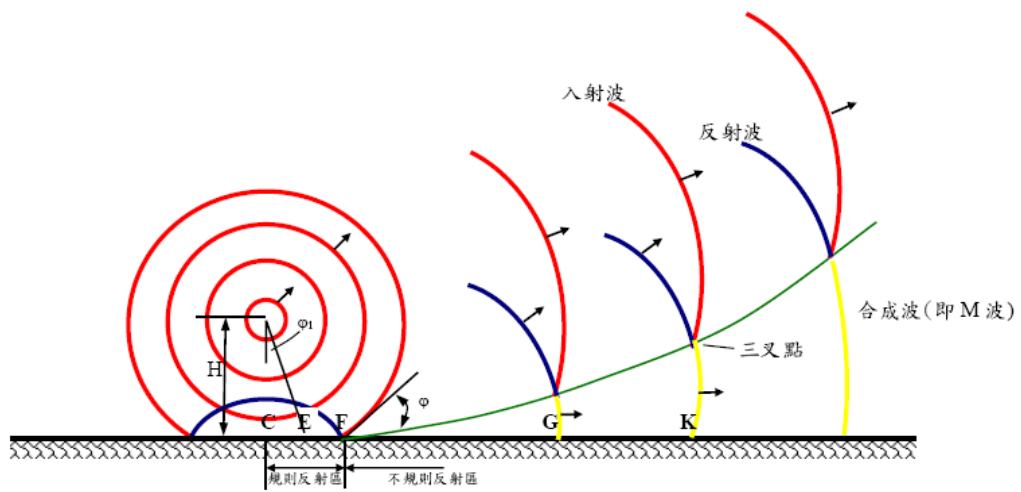


圖 2.1.3 馬赫反射

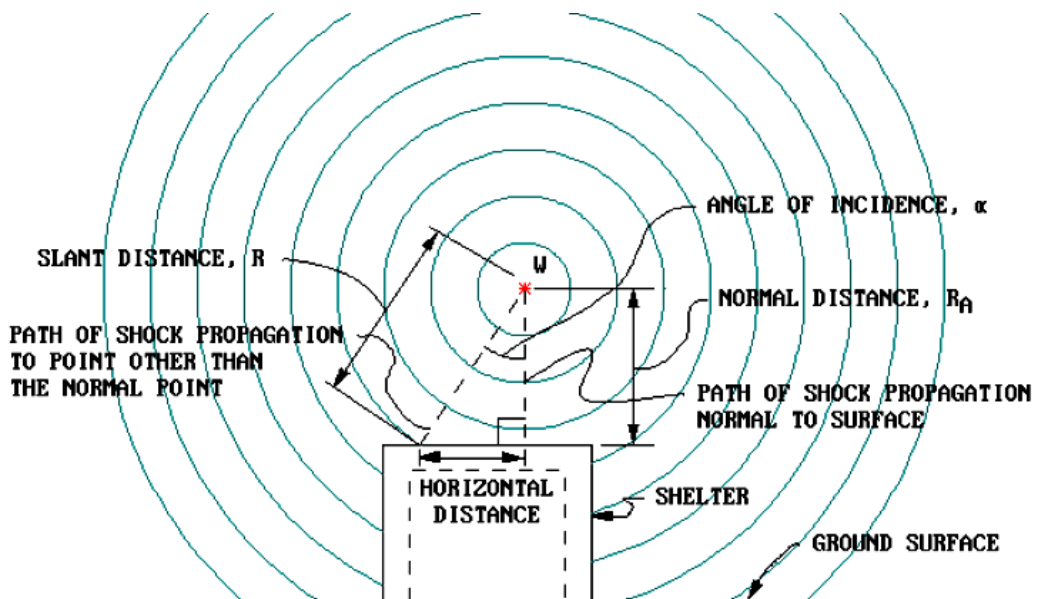


圖 2.1.4 自由空氣中爆炸環境

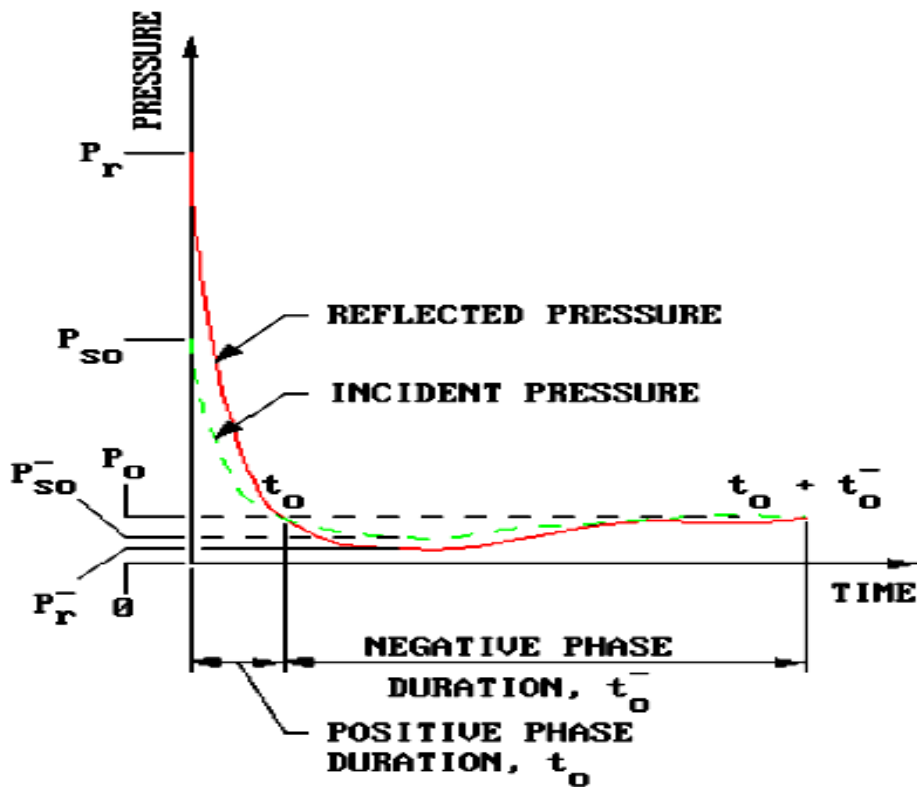


圖 2.1.5 入射壓力與反射壓力時間曲線

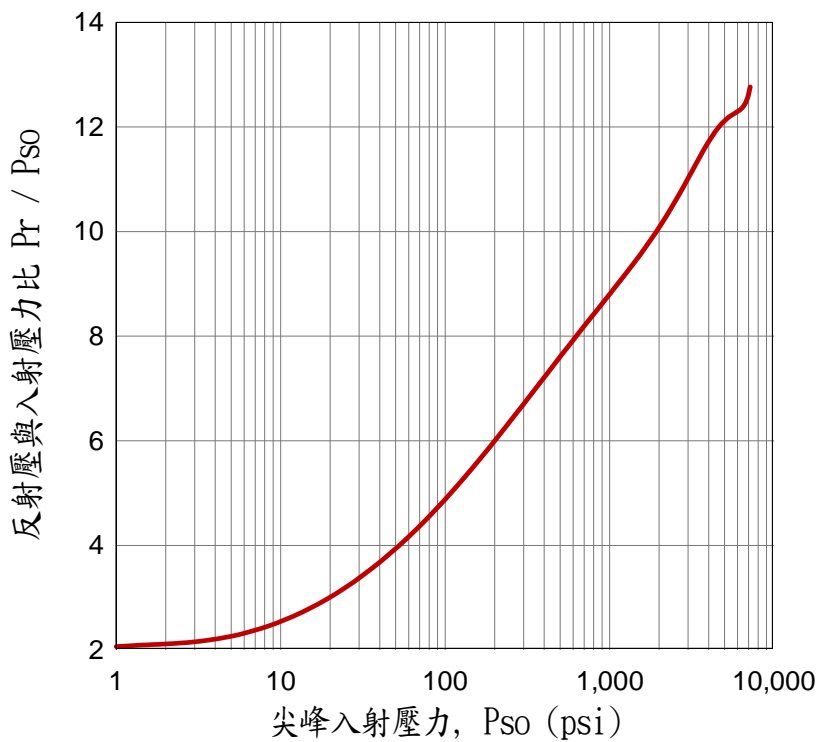


圖 2.1.6 自由空爆下正向反射壓力與尖峰入射壓力比

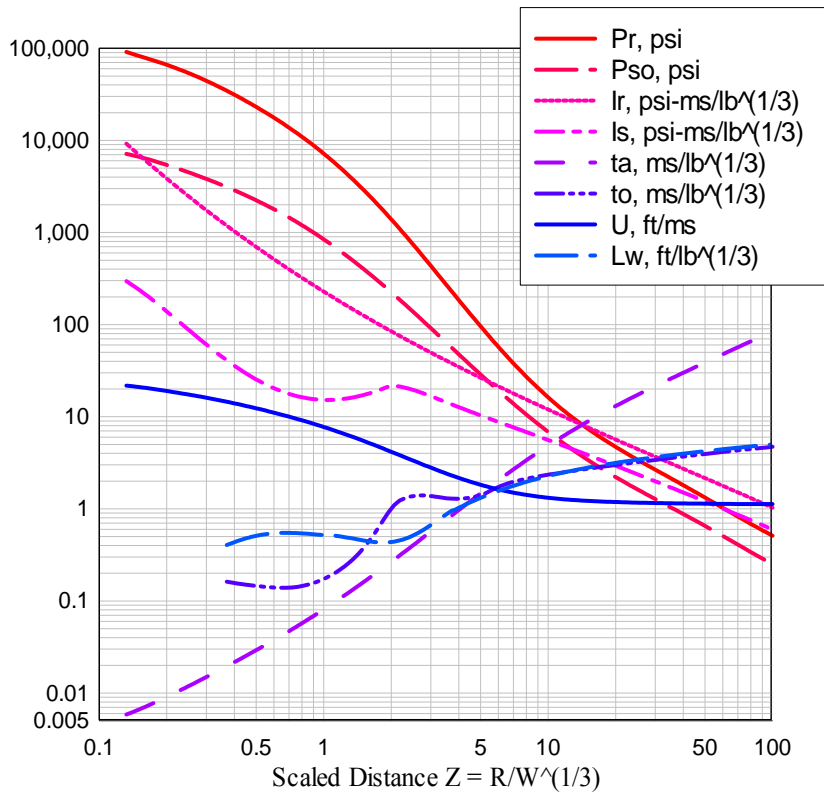


圖 2.1.7 自由空爆下正壓段爆震波參數

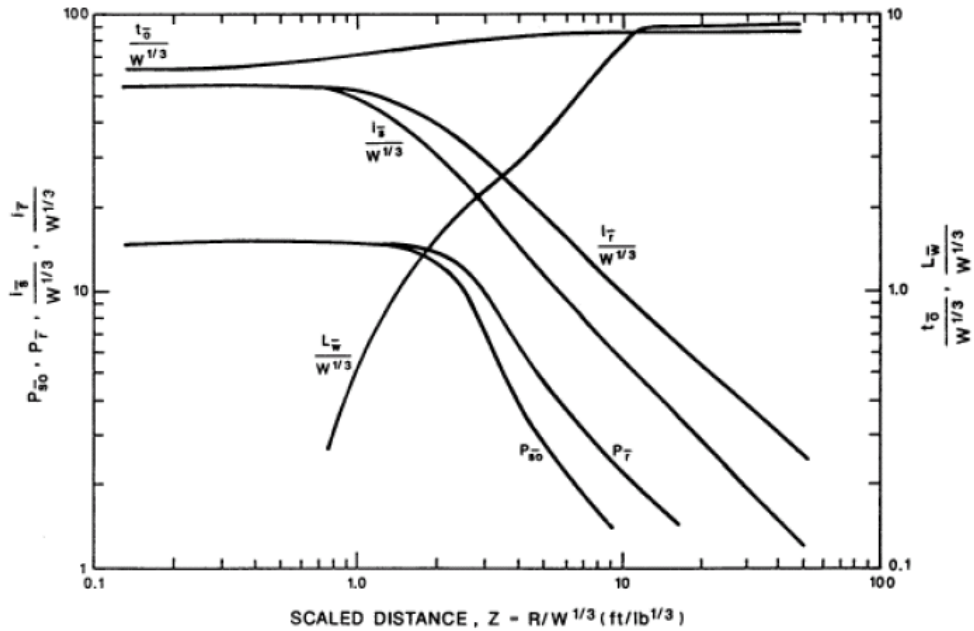


圖 2.1.8 自由空爆下負壓段爆震波參數

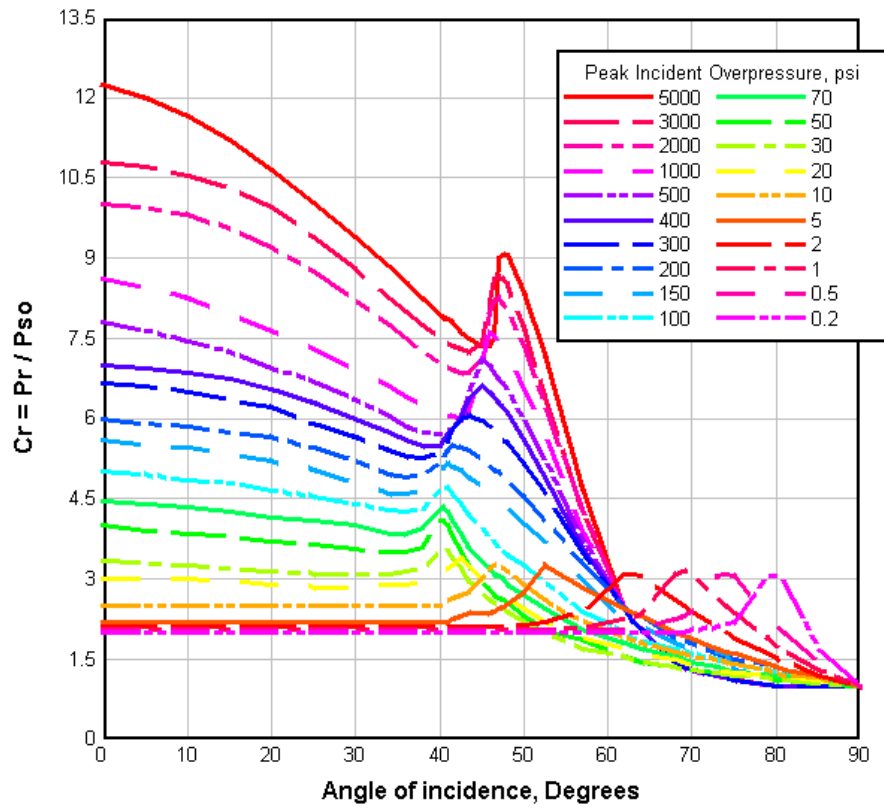


圖 2.1.9 震波入射角時之反射壓係數

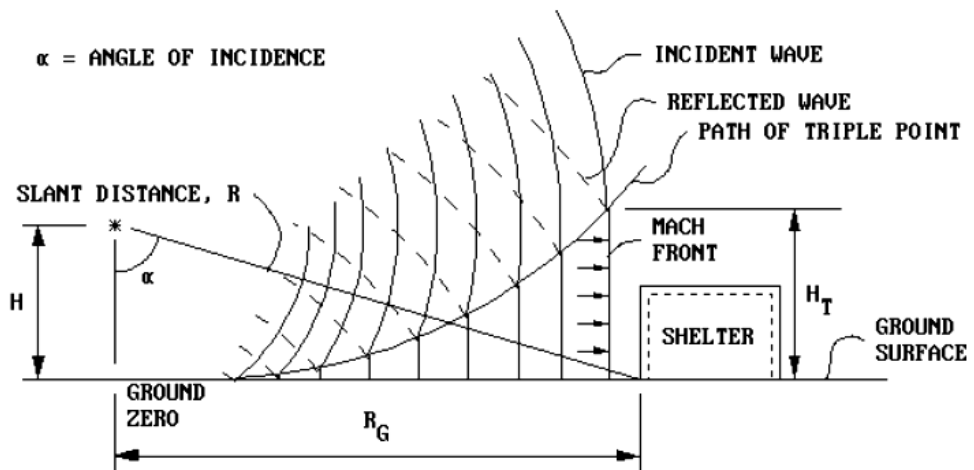


圖 2.1.10 近地面爆炸

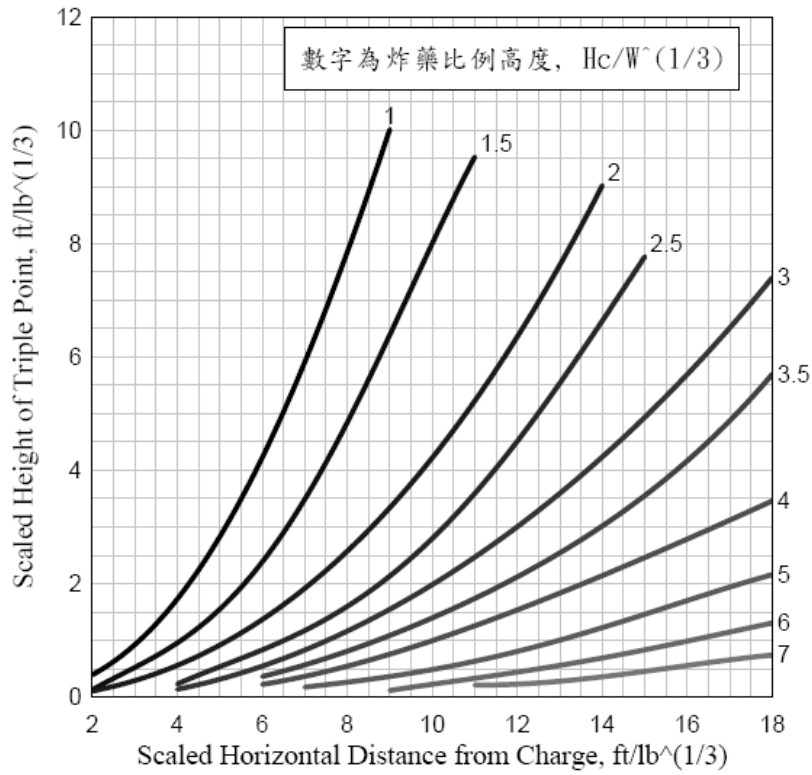
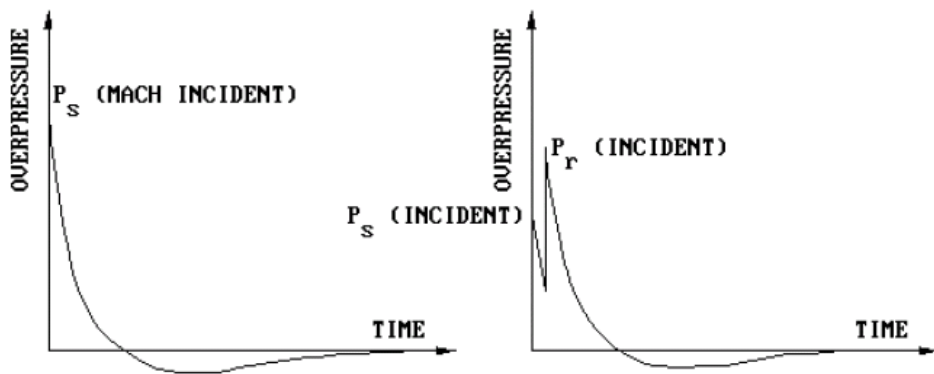


圖 2.1.11 三叉點之比例高度



(a) 三叉點以下馬赫波壓力歷時 (b) 三叉點以上壓力歷時

圖 2.1.12 結構面上壓力變化

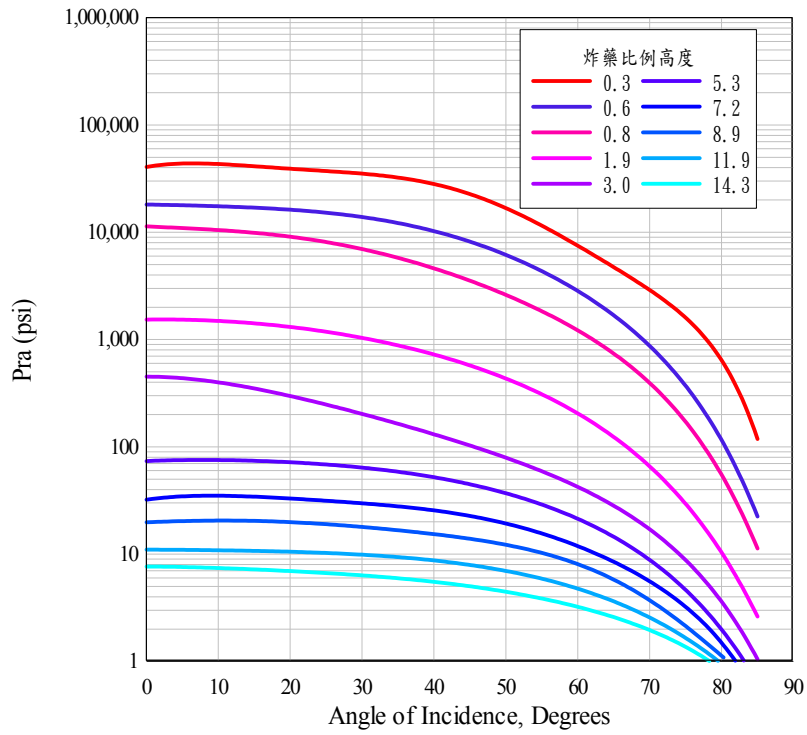


圖 2.1.13 馬赫波尖峰壓力與入射角及比例高度關係

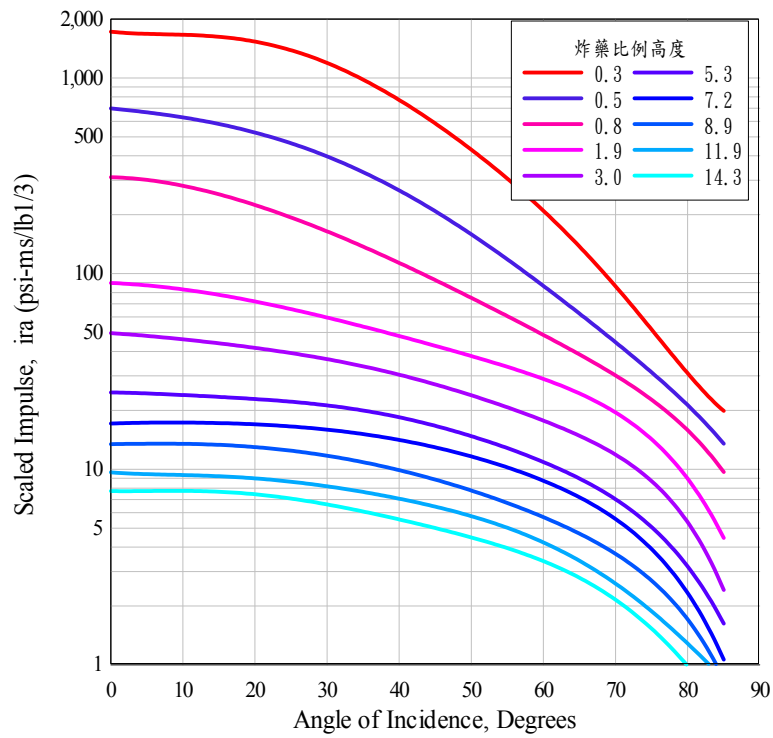


圖 2.1.14 馬赫波衝量與入射角及比例高度關係

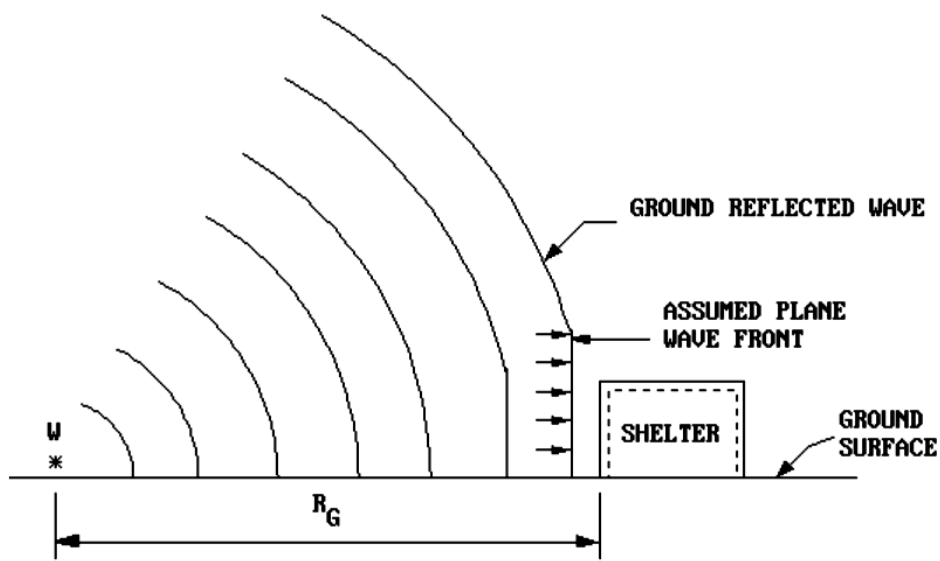


圖 2.1.15 地表爆炸環境

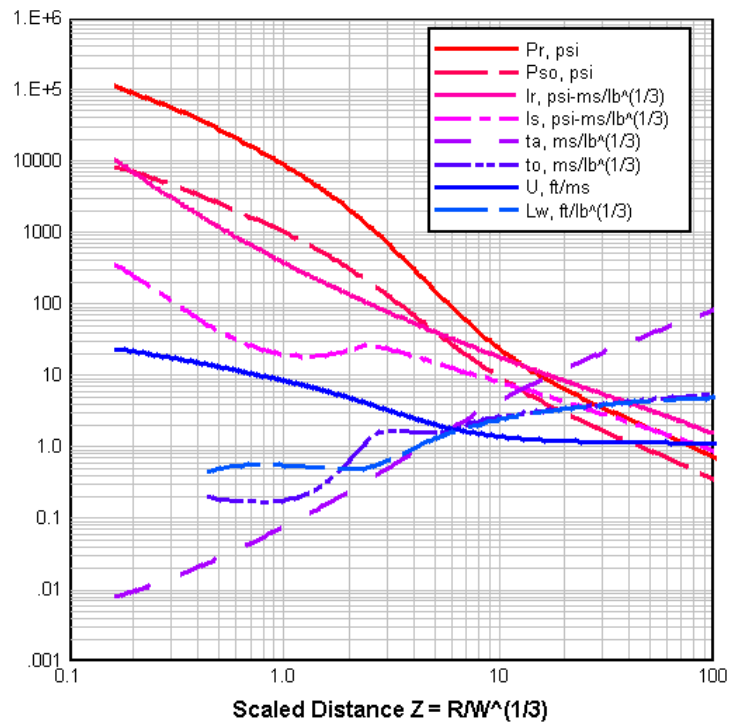


圖 2.1.16 地表爆炸正壓段爆震波參數

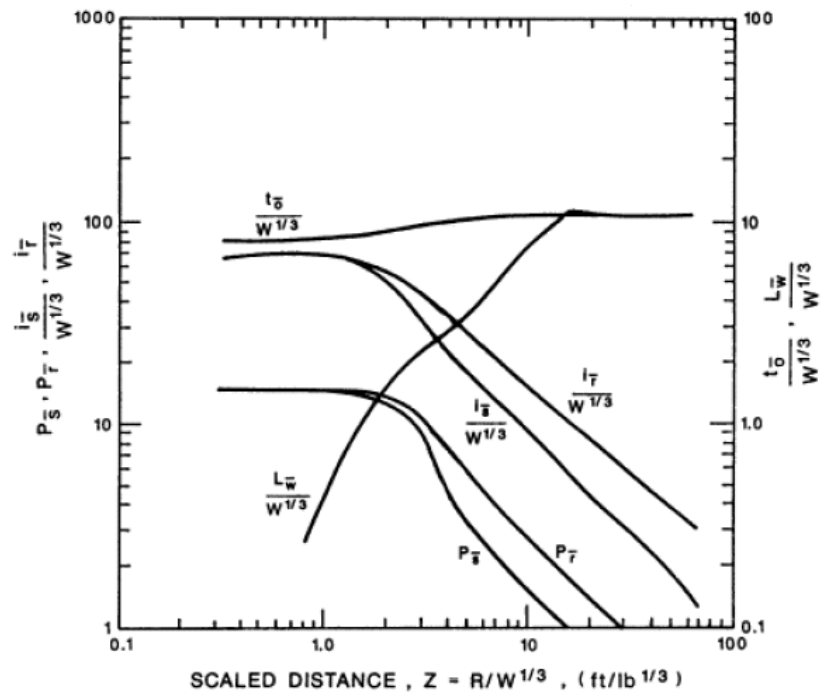
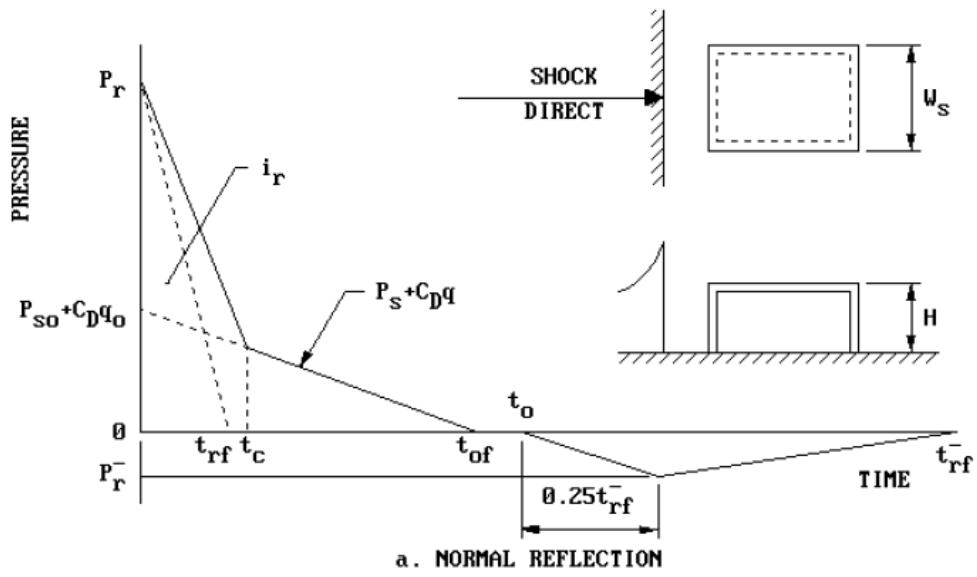
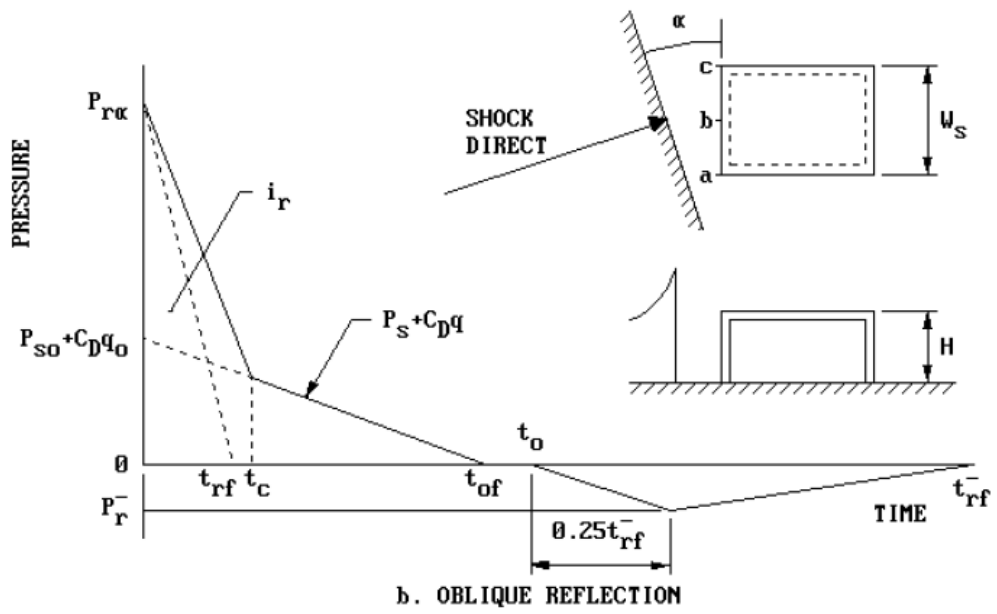


圖 2.1.17 地表爆炸負壓段爆震波參數



(a)



(b)

圖 2.1.18 結構前牆之爆壓歷時

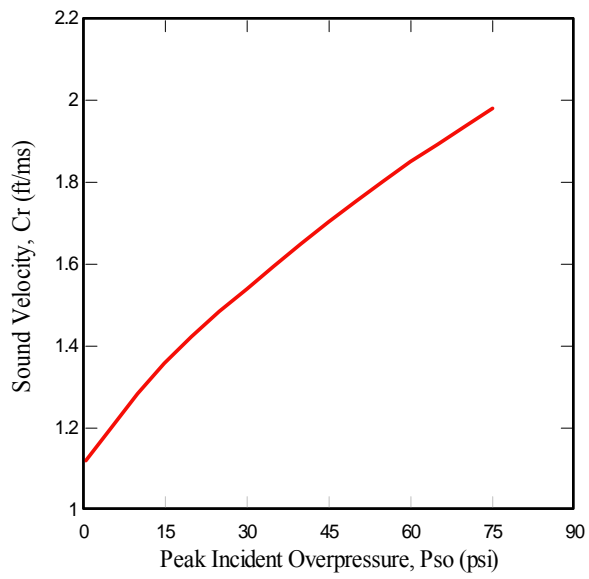


圖 2.1.19 反射壓力區聲速與尖峰入射壓之關係

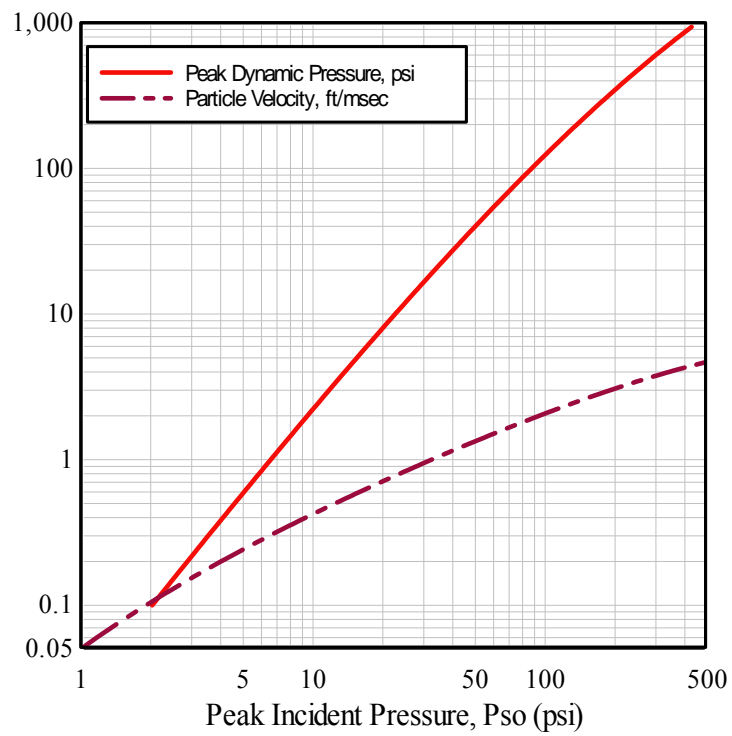
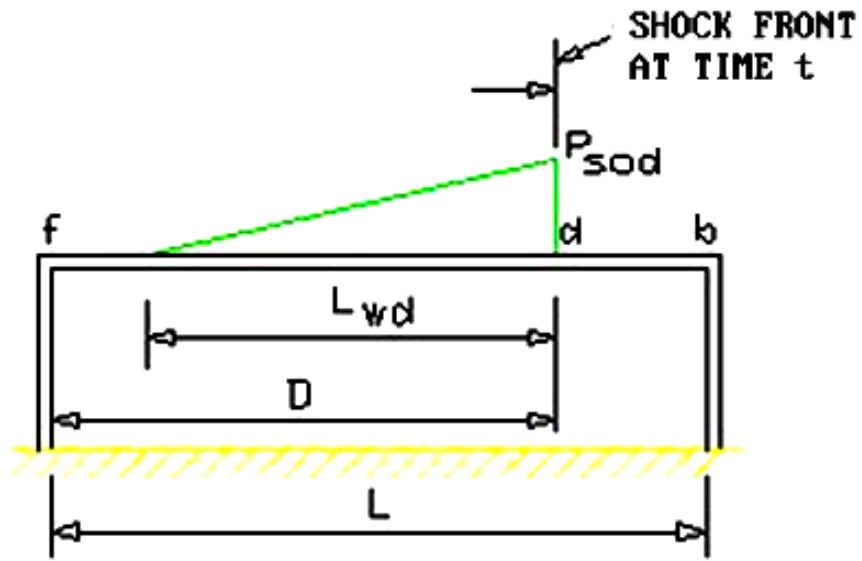
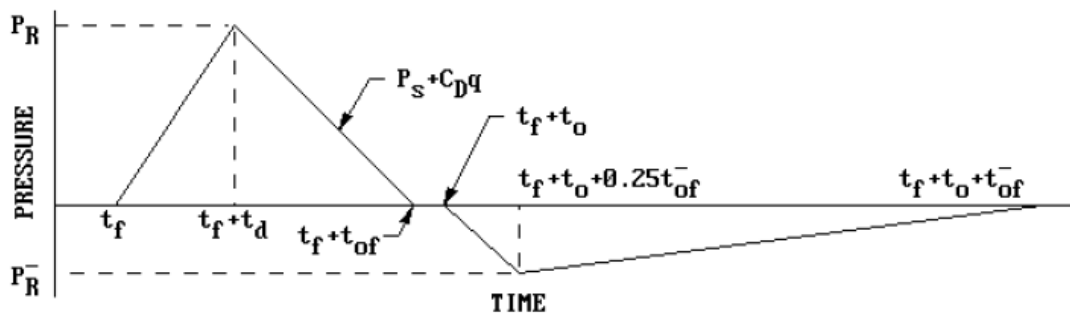


圖 2.1.20 動態壓與尖峰入射壓之關係



(a)



(b)

圖 2.1.21 屋頂版之爆壓歷時

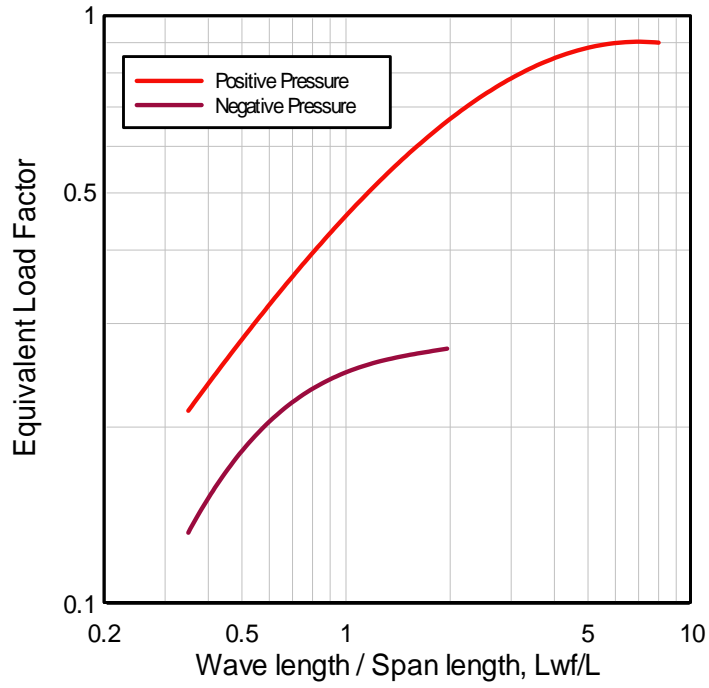


圖 2.1.22 屋頂版尖峰壓力等值載重因數

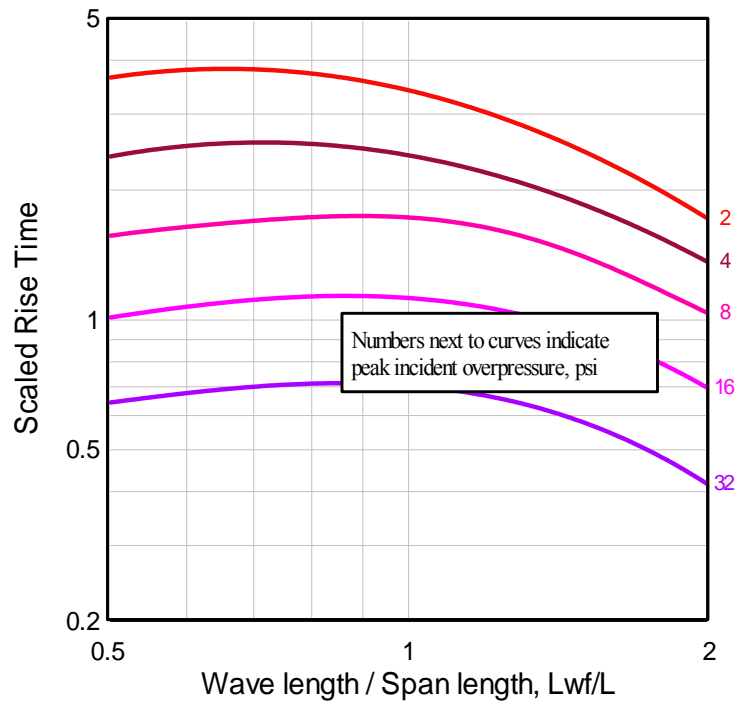


圖 2.1.23 屋頂版之爆壓上升延時

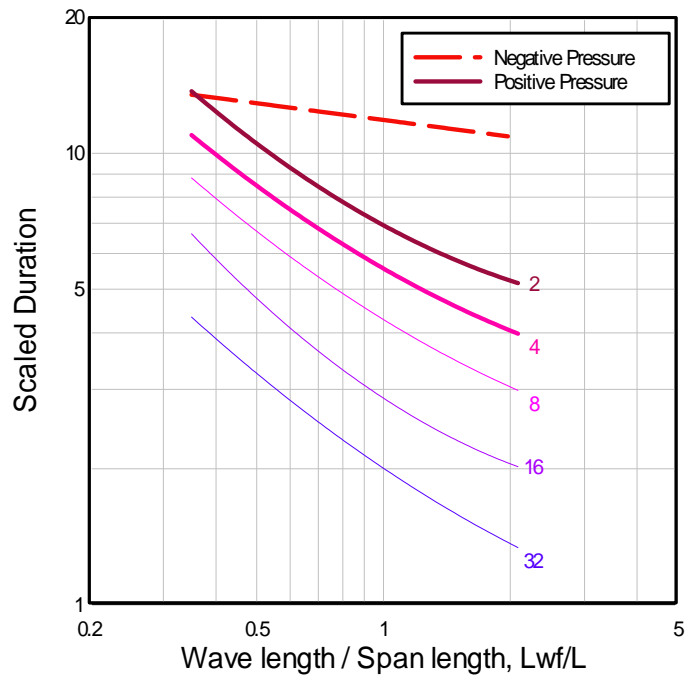


圖 2.1.24 屋頂版之爆壓作用延時

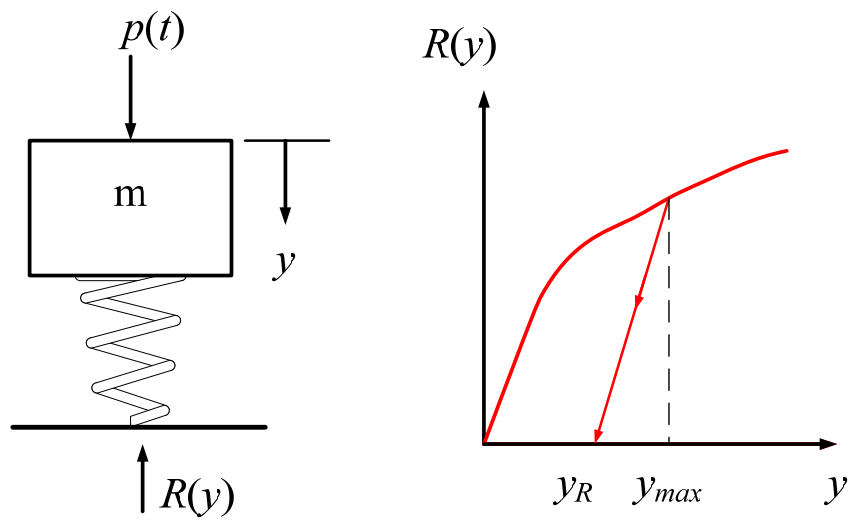


圖 2.2.1 單自由度之彈塑性系統

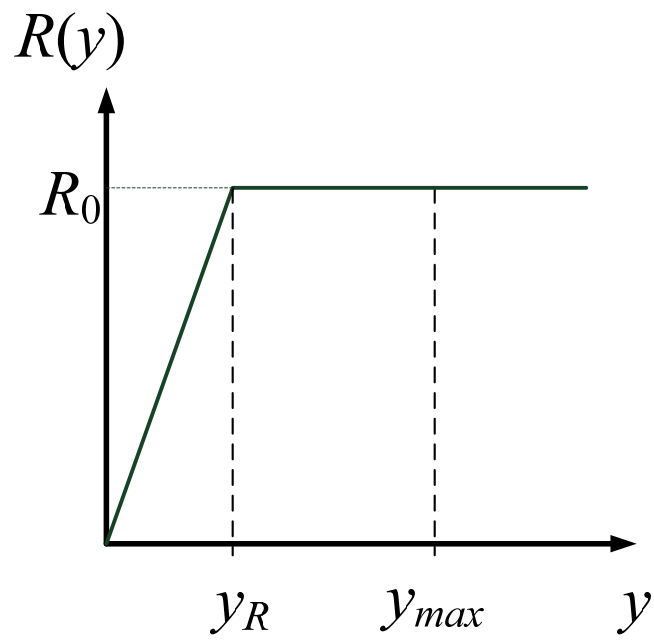


圖 2.2.2 彈性-理想塑性系統

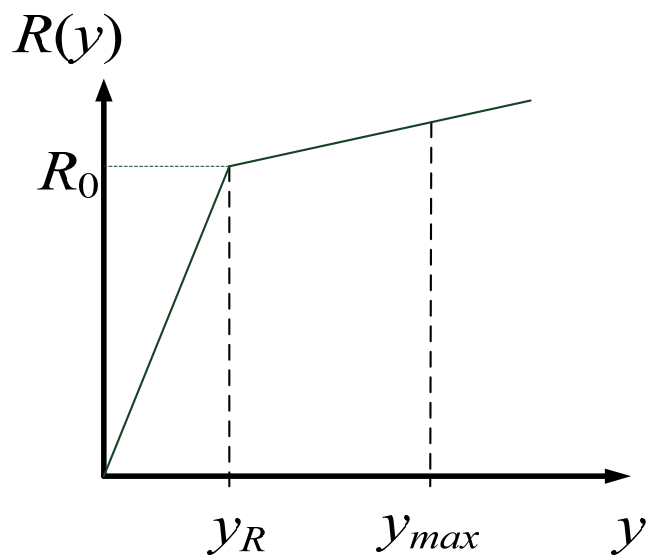


圖 2.2.3 雙線性應變硬化系統

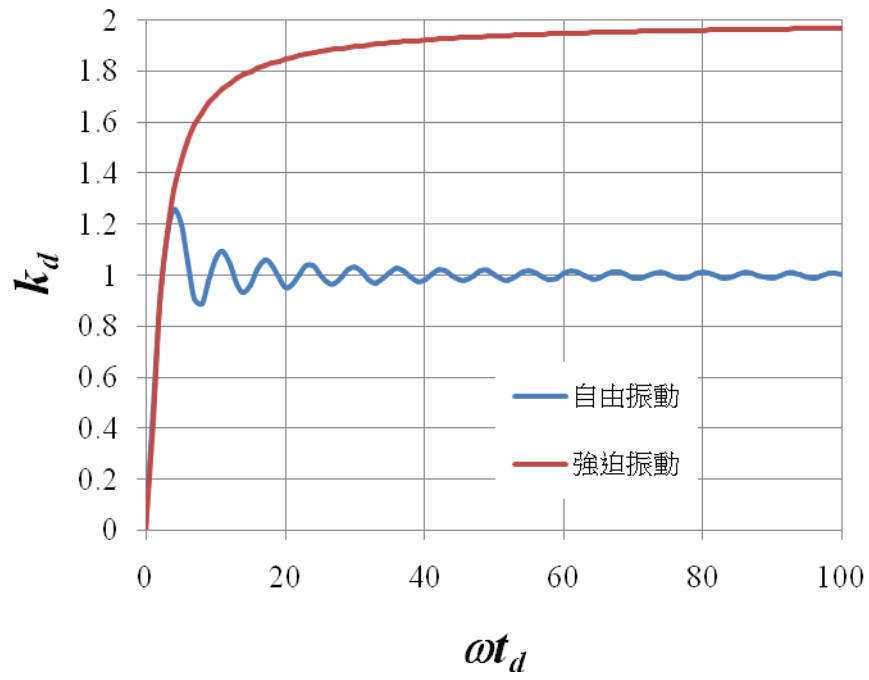


圖 2.2.4 動力係數與 ωt_d 之關係曲線

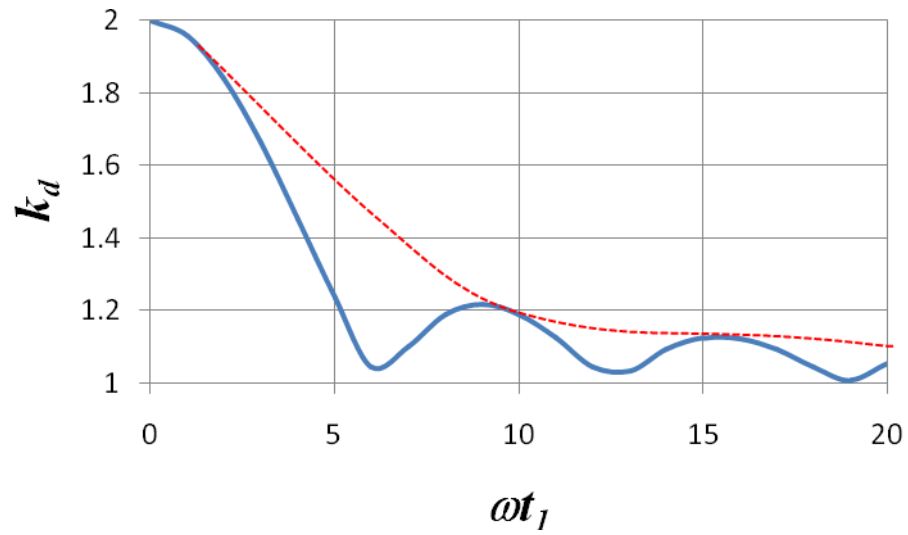


圖 2.2.5 動力係數與 ωt_1 之關係曲線

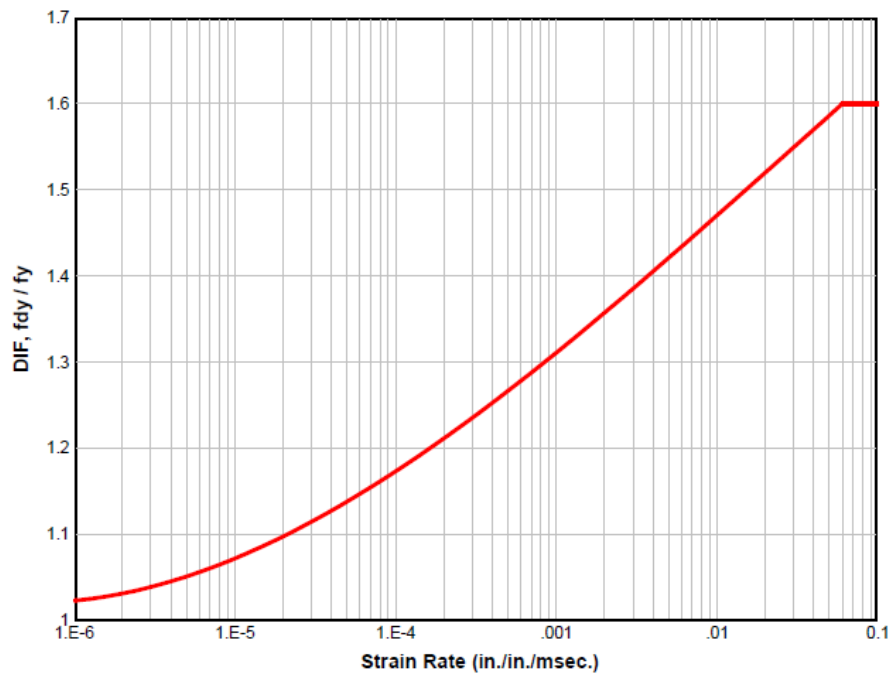


圖2.2.6 ASTM 60級鋼筋之動態增強因數曲線

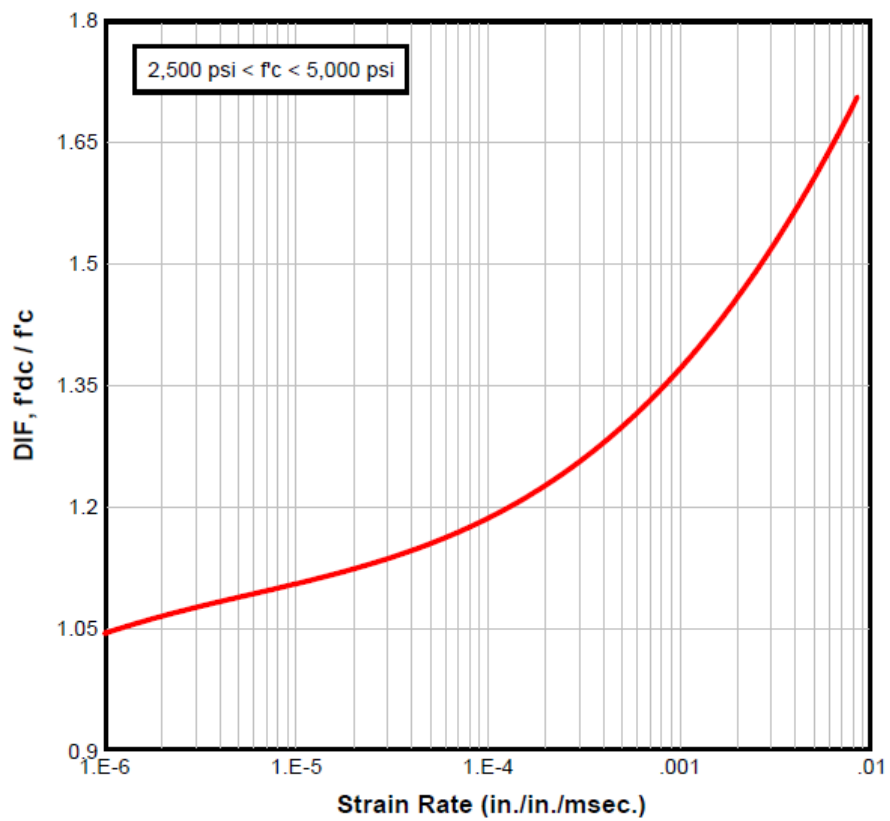


圖2.2.7 混凝土材料之動態增強因數曲線

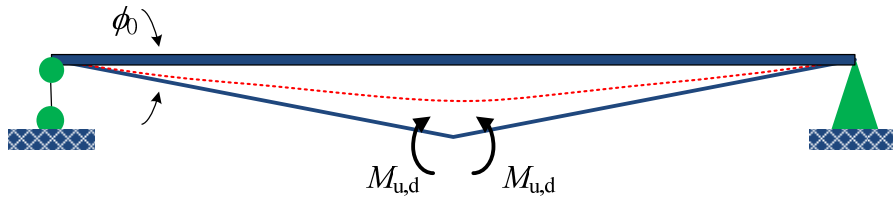


圖 2.2.8 塑性階段簡支梁變形圖

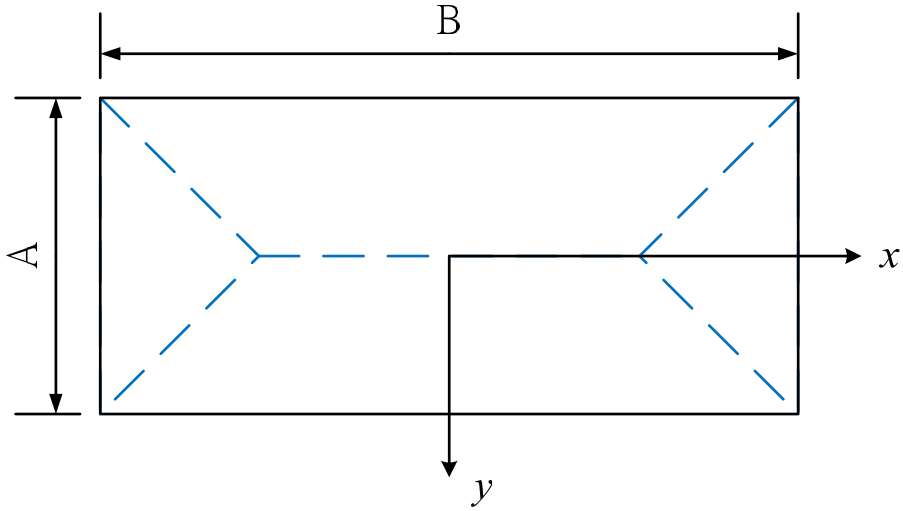


圖 2.2.9 四端固支矩形板之降伏線

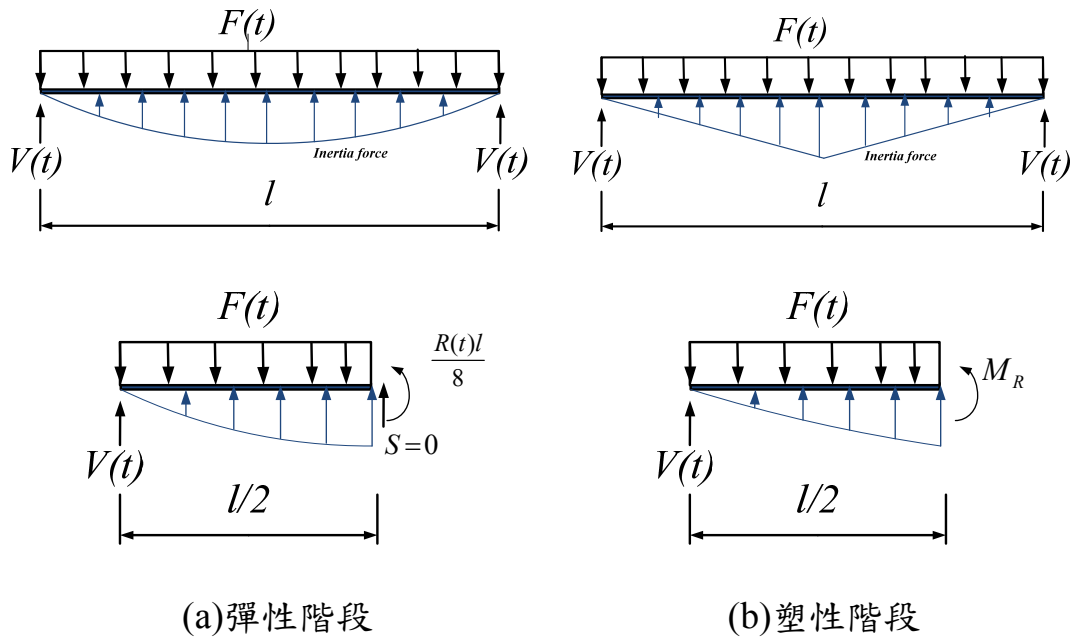


圖 2.2.10 均佈荷載下動態荷載與反力分佈圖

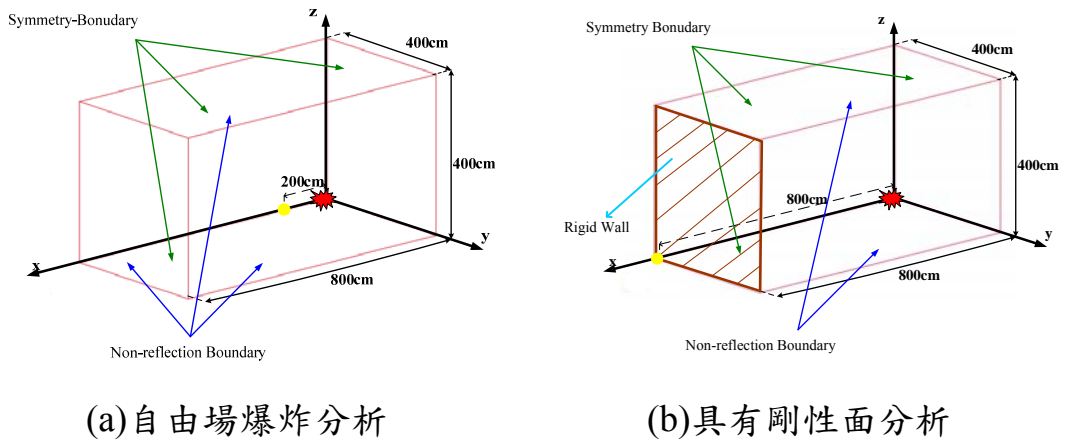


圖 2.3.1 分析模型之幾何描述

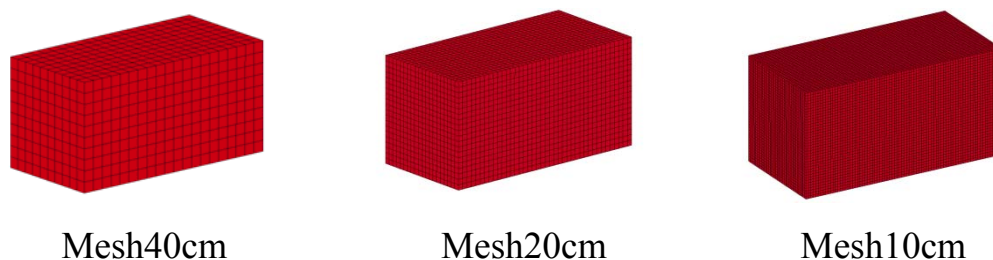


圖 2.3.2 自由場有限元素模型網格劃分示意圖

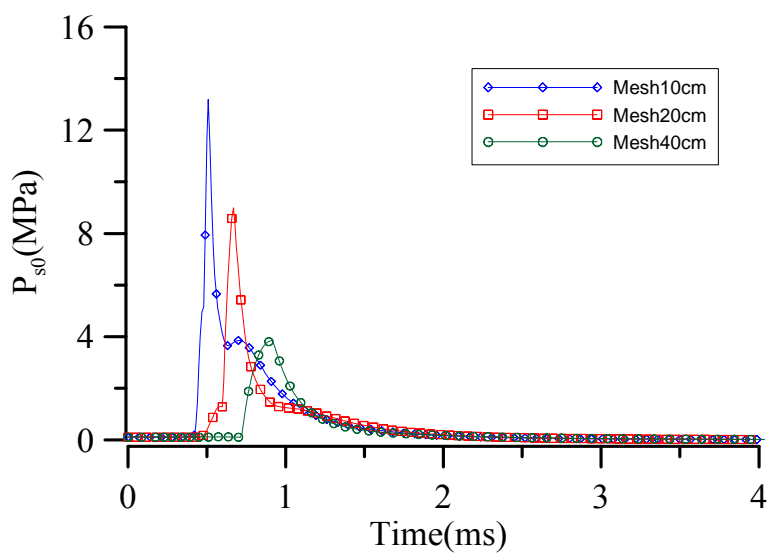


圖 2.3.3 200cm 量測點之有限元素網格對爆壓歷時之比較

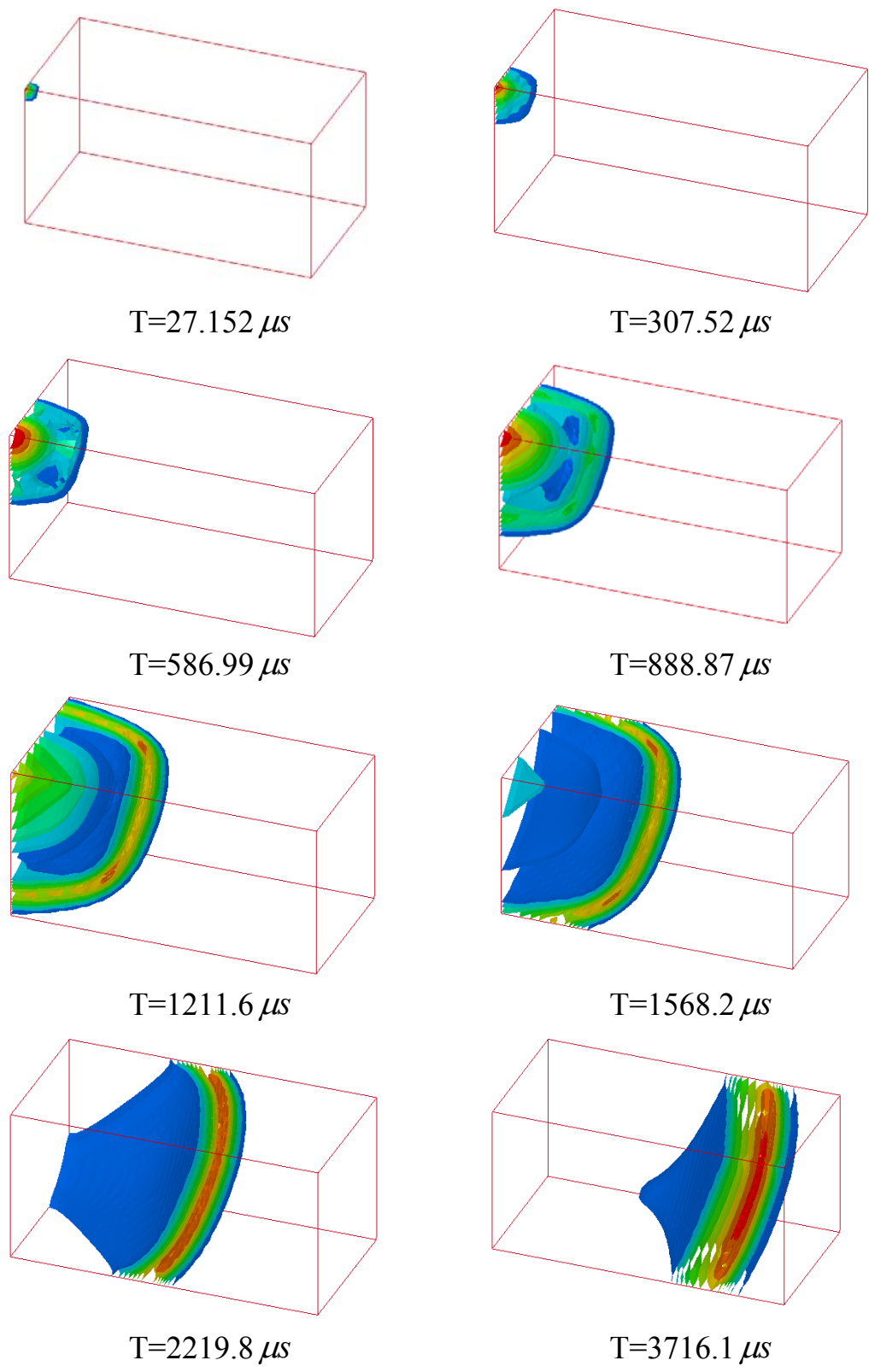
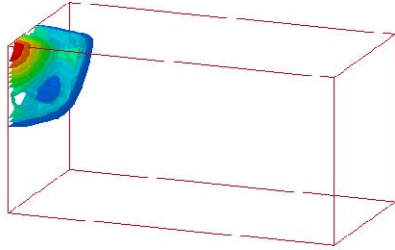
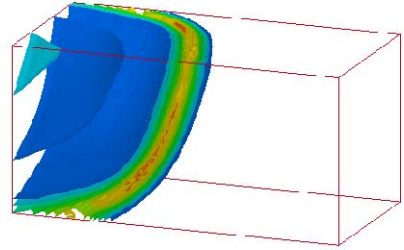


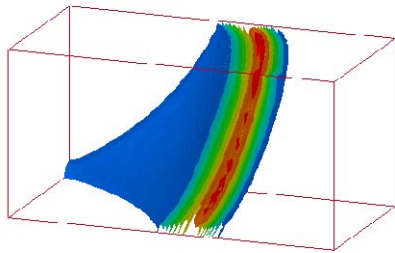
圖 2.3.4 自由場爆炸之爆炸壓力波傳播情形



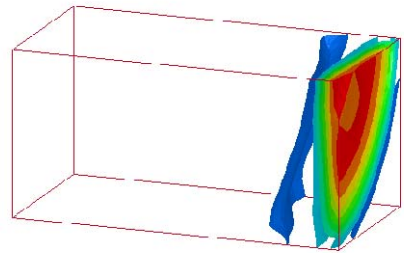
$T=596.31 \mu s$



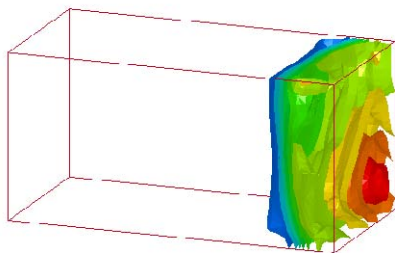
$T=1568.2 \mu s$



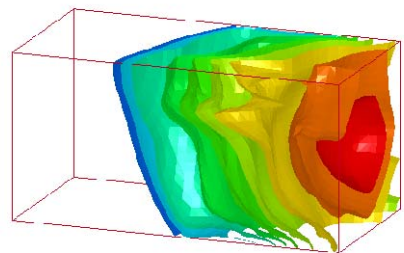
$T=2688.9 \mu s$



$T=5137.7 \mu s$

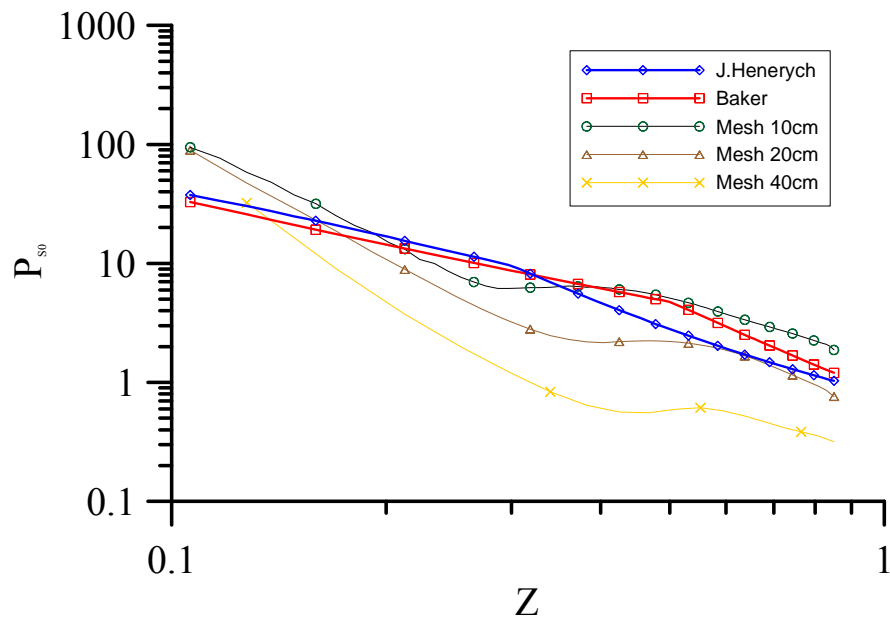


$T=6904.8 \mu s$



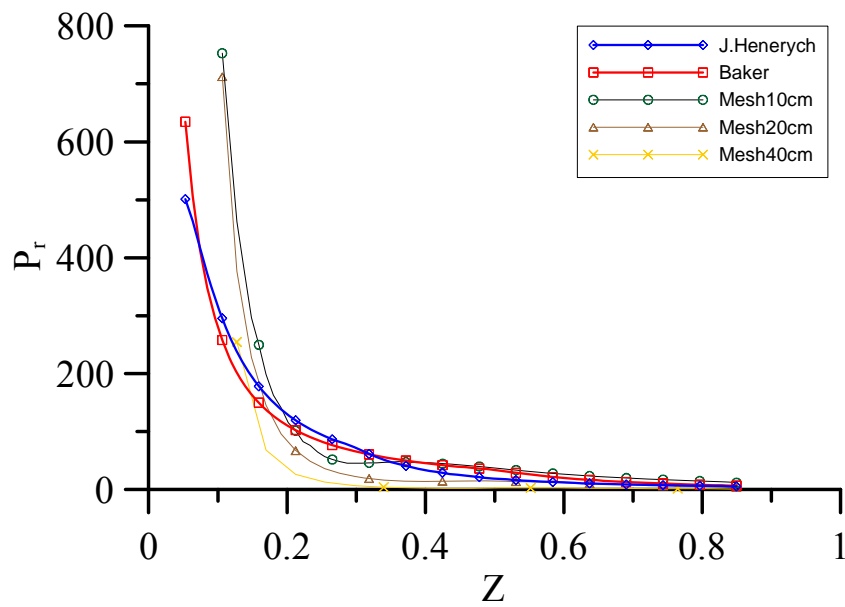
$T=9811.5 \mu s$

圖 2.3.5 具剛性面之爆炸壓力波傳播情形



(對數座標)

圖 2.3.6 峰值超壓比較圖



反射超壓比較圖

圖 2.3.7 數值與經驗公式對峰值壓力之比較

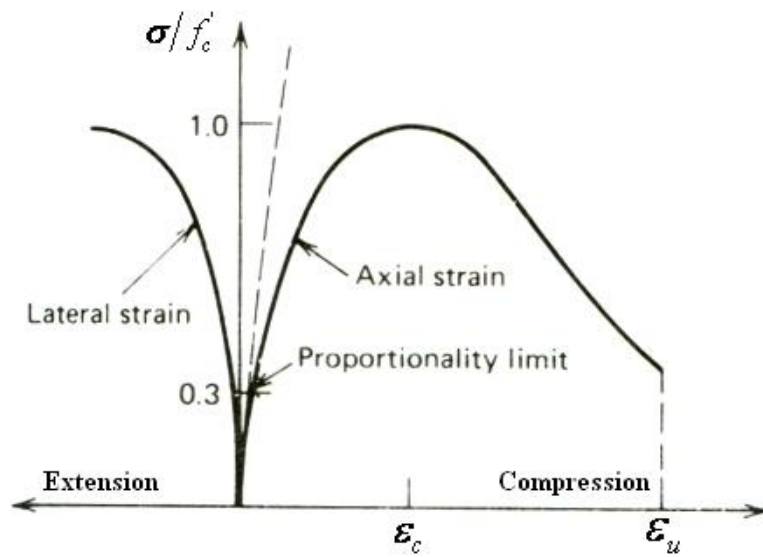


圖 2.4.1 混凝土單軸抗壓試驗之應力應變曲線

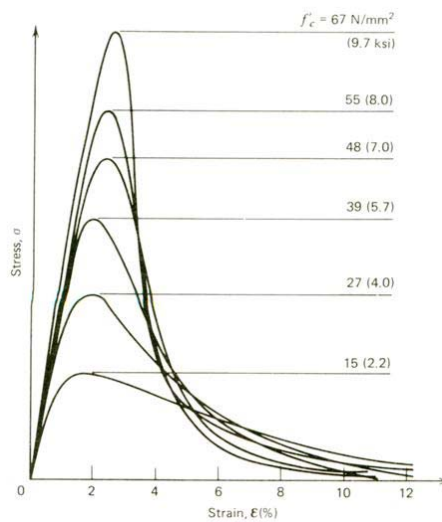


圖 2.4.2 不同強度混凝土的單軸試驗應力應變曲線

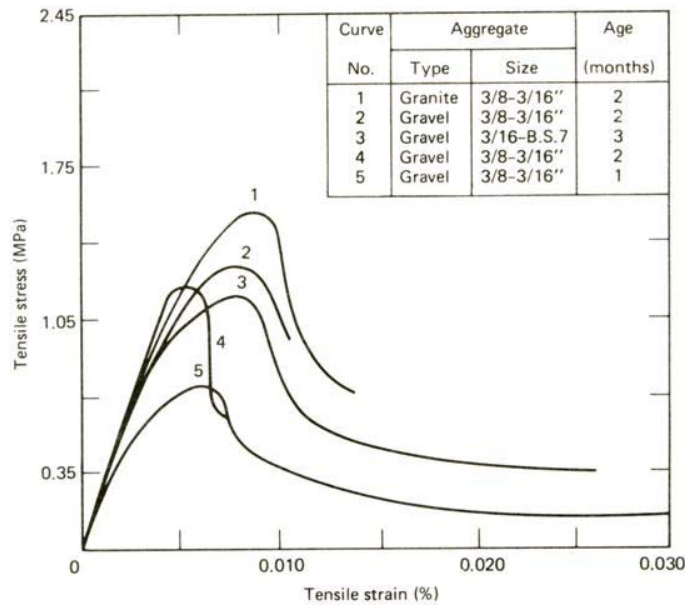


圖 2.4.3 混凝土拉伸試驗之應力應變曲線圖

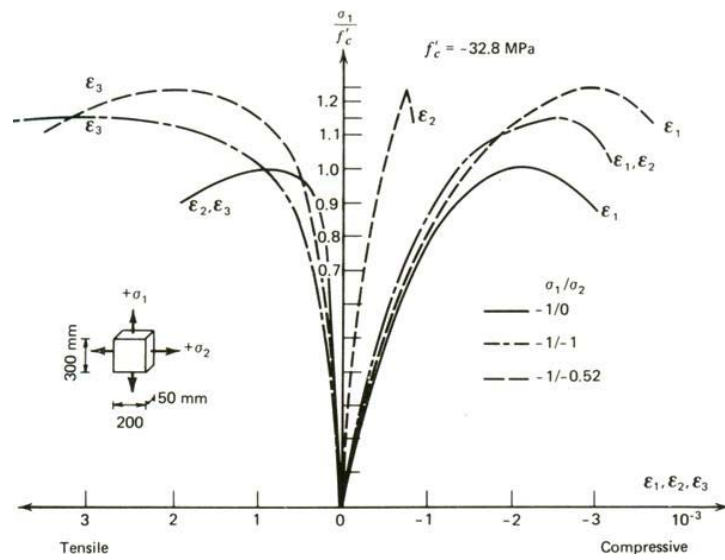


圖 2.4.4 混凝土在雙軸壓縮下的應力應變曲線

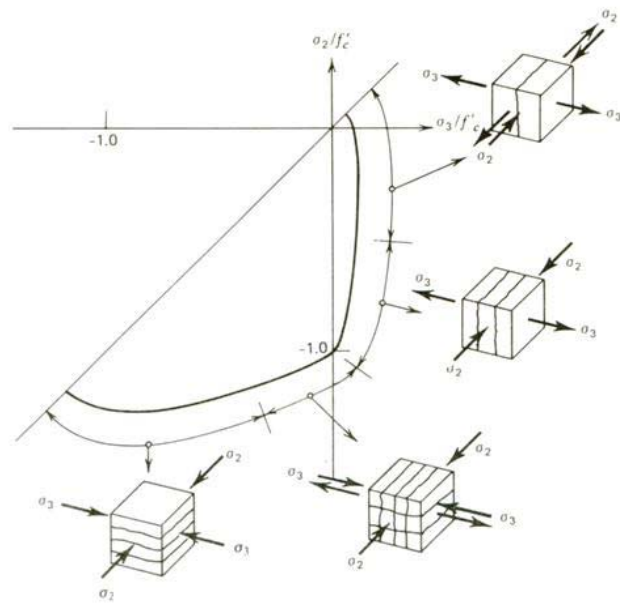


圖 2.4.5 混凝土雙軸加載的破壞模式與包絡線

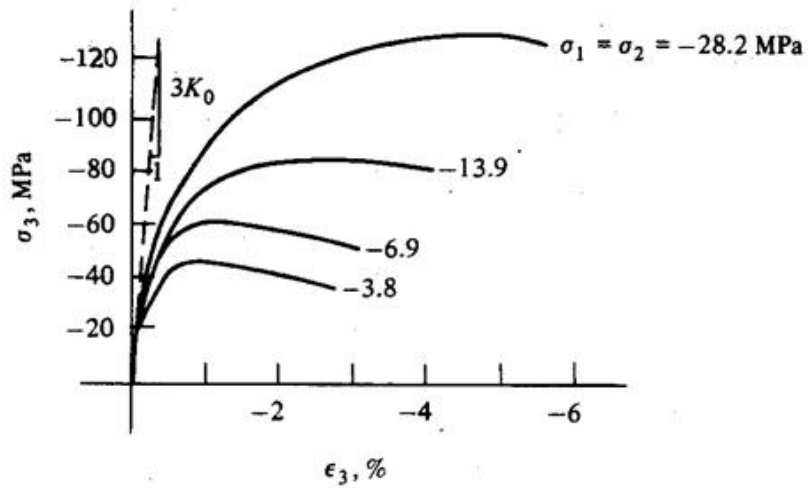


圖 2.4.6 混凝土受較低和中等圍束應力之三軸試驗[32]

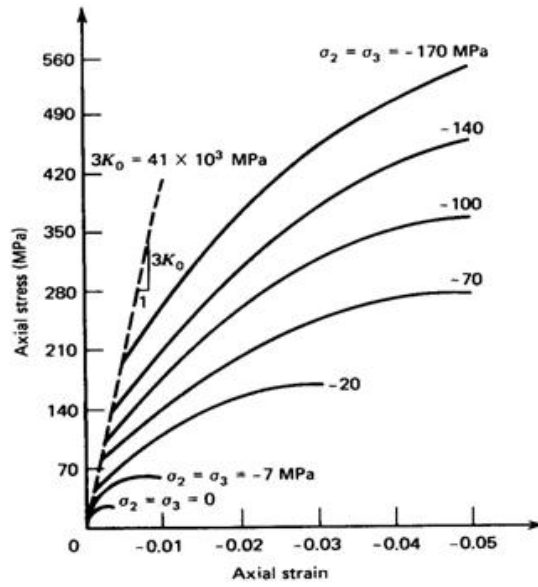


圖 2.4.7 混凝土受高圍束應力的三軸試驗[32]

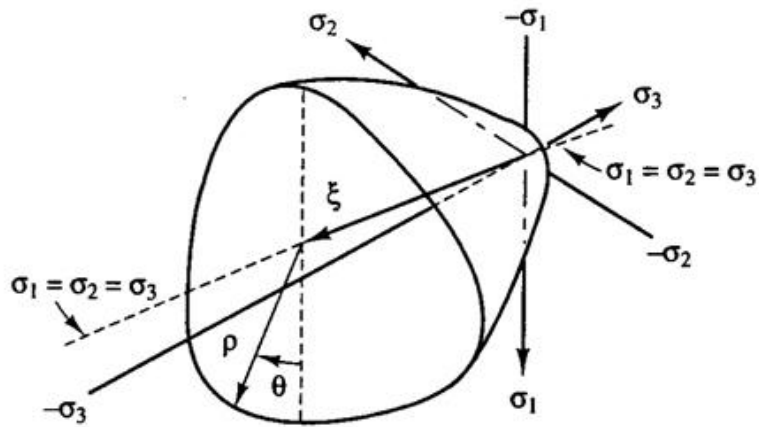


圖 2.4.8 混凝土三軸應力的破壞曲面

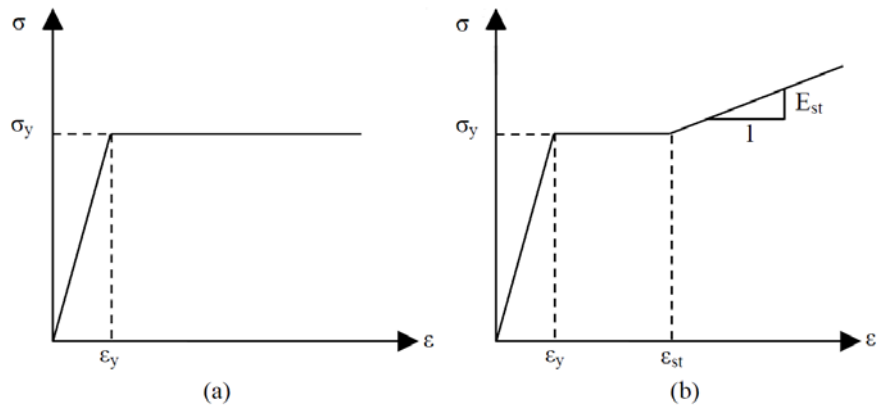


圖 2.4.9 理想化鋼筋受拉之應力應變曲線

(a) 彈性完全塑性近似模式 (b) 三段線性近似模式

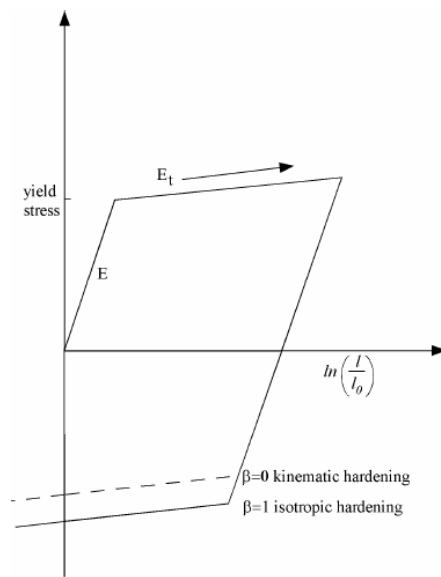


圖 2.4.10 LS-DYNA 雙線性應力應變關係材料模型

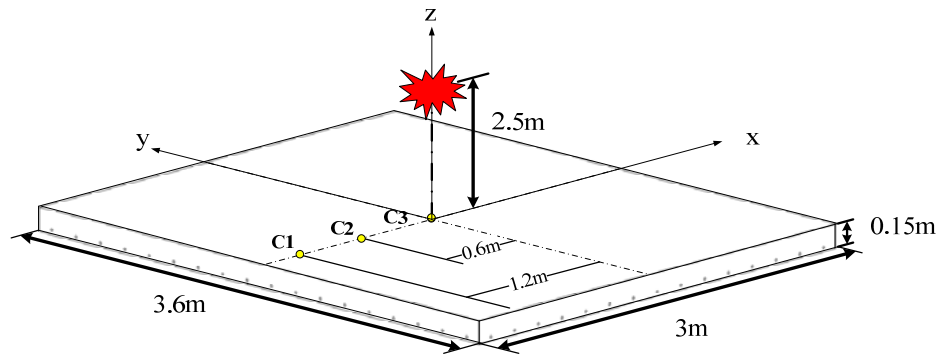
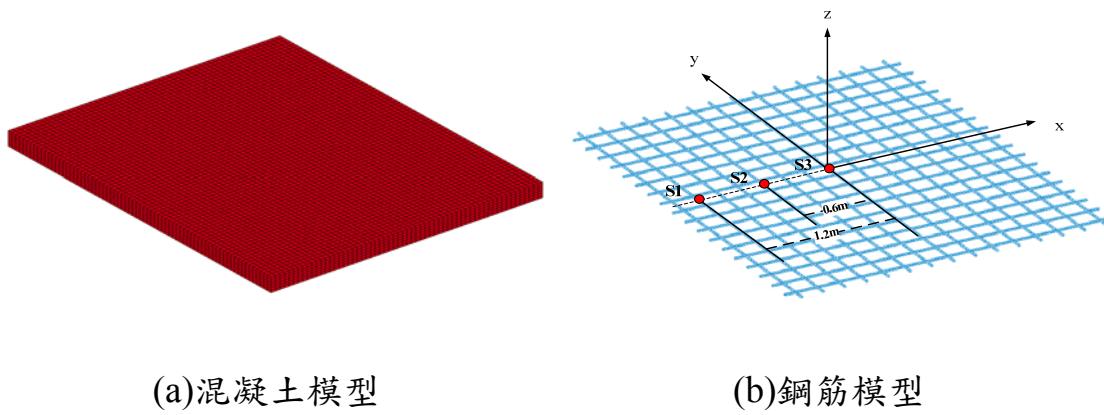


圖 2.4.11 鋼筋混凝土板之模型架構圖



(a) 混凝土模型

(b) 鋼筋模型

圖 2.4.12 鋼筋混凝土板有限元素模型

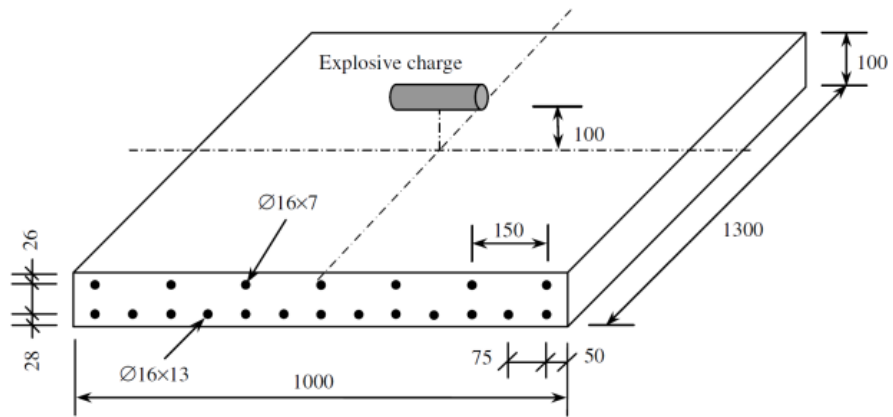


圖 2.4.13 文獻模型配置圖[38]

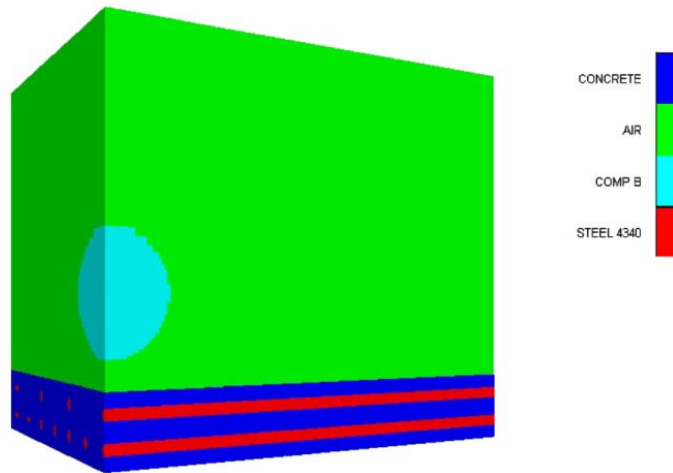


圖 2.4.14 ALE 方法數值模擬模型[38]

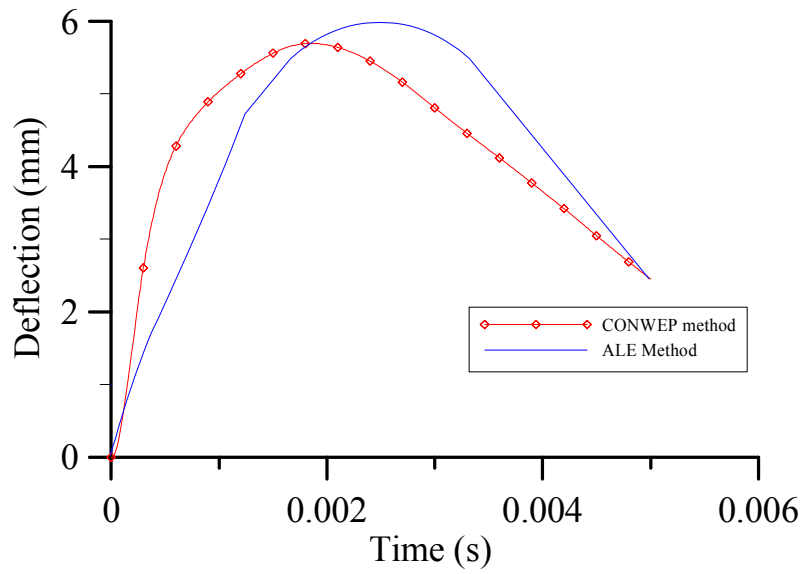


圖 2.4.15 數值模擬與之中點位移比較圖

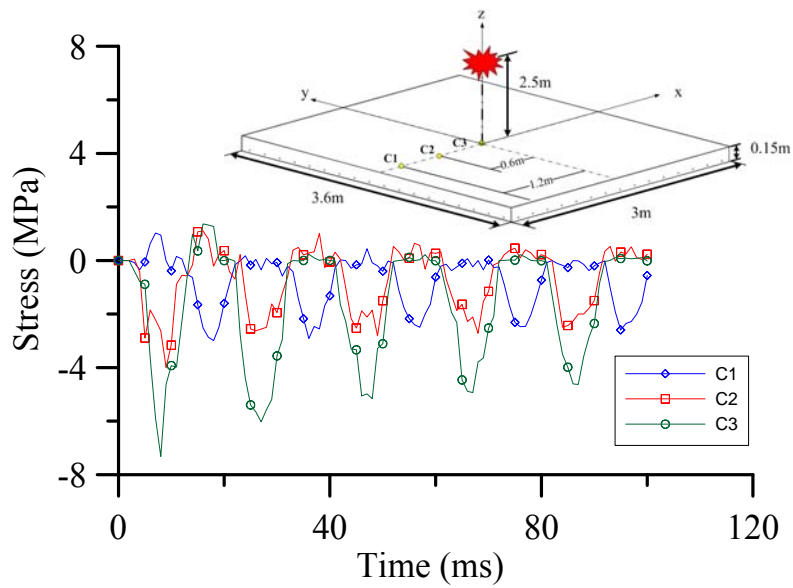


圖 2.4.16 1kg 炸藥對混凝土之應力歷時圖

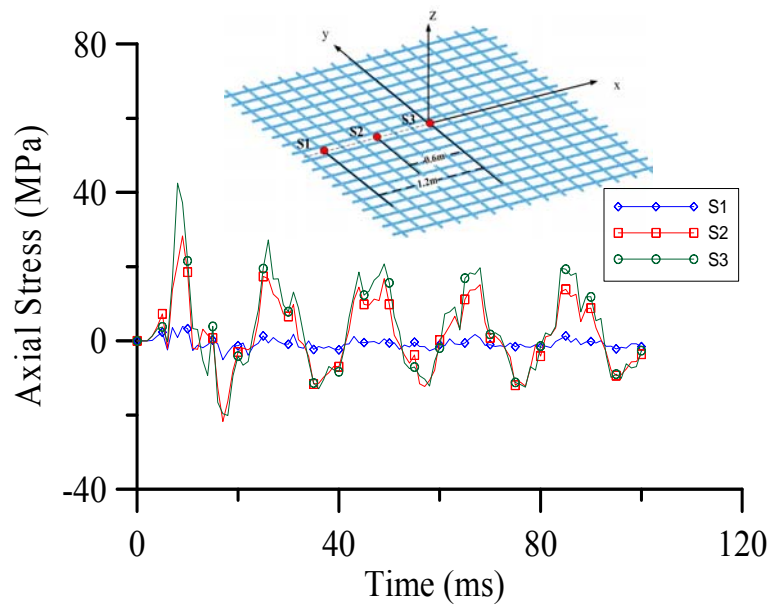


圖 2.4.17 1kg 炸藥對鋼筋之應力歷時圖

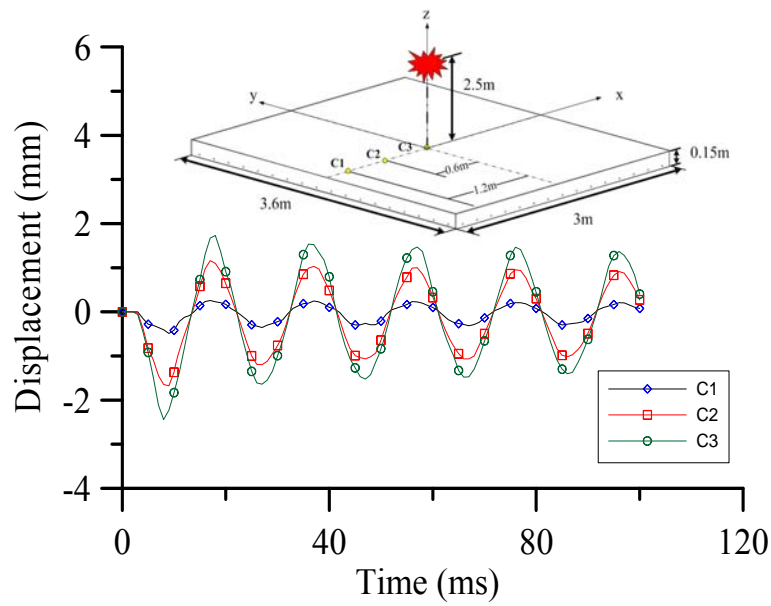


圖 2.4.18 1kg 炸藥對中點之位移歷時圖

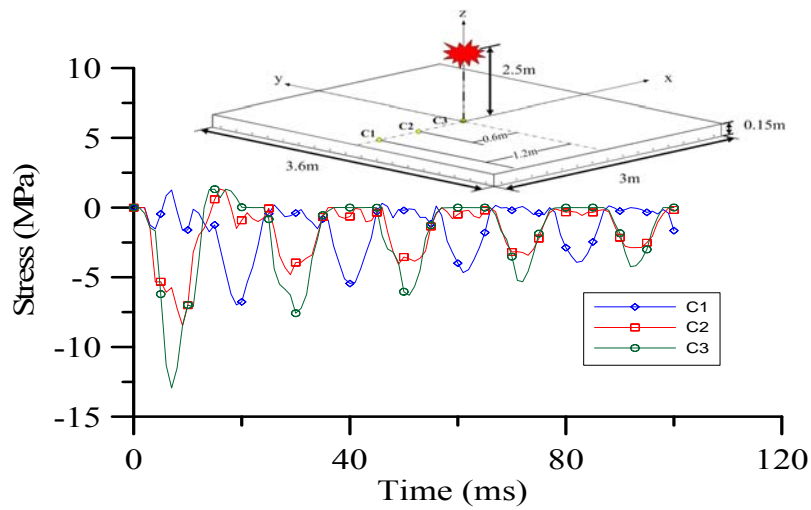


圖 2.4.19 3kg 炸藥對混凝土之應力歷時圖

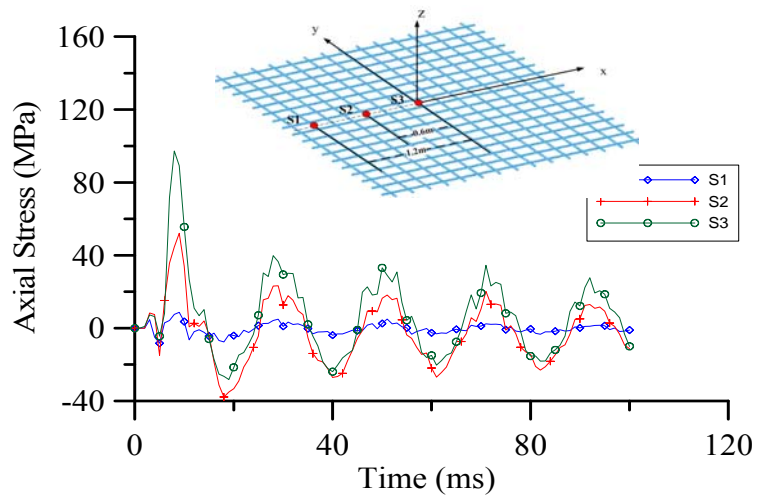


圖 2.4.20 3kg 炸藥對鋼筋之應力歷時圖

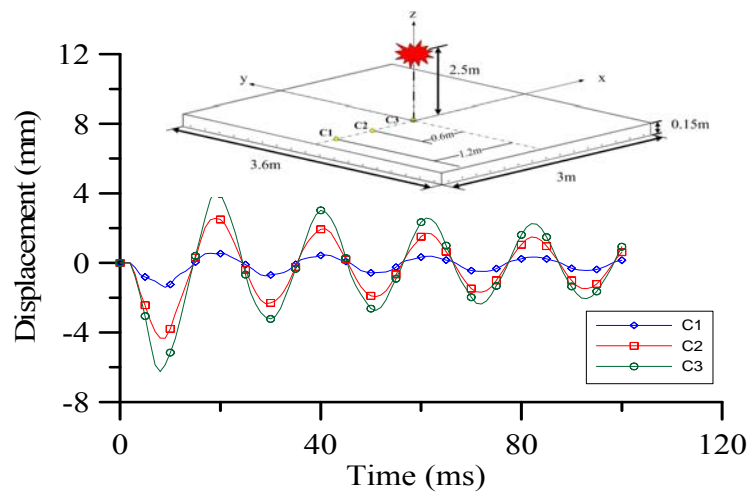


圖 2.4.21 3kg 炸藥對中點位移之歷時圖

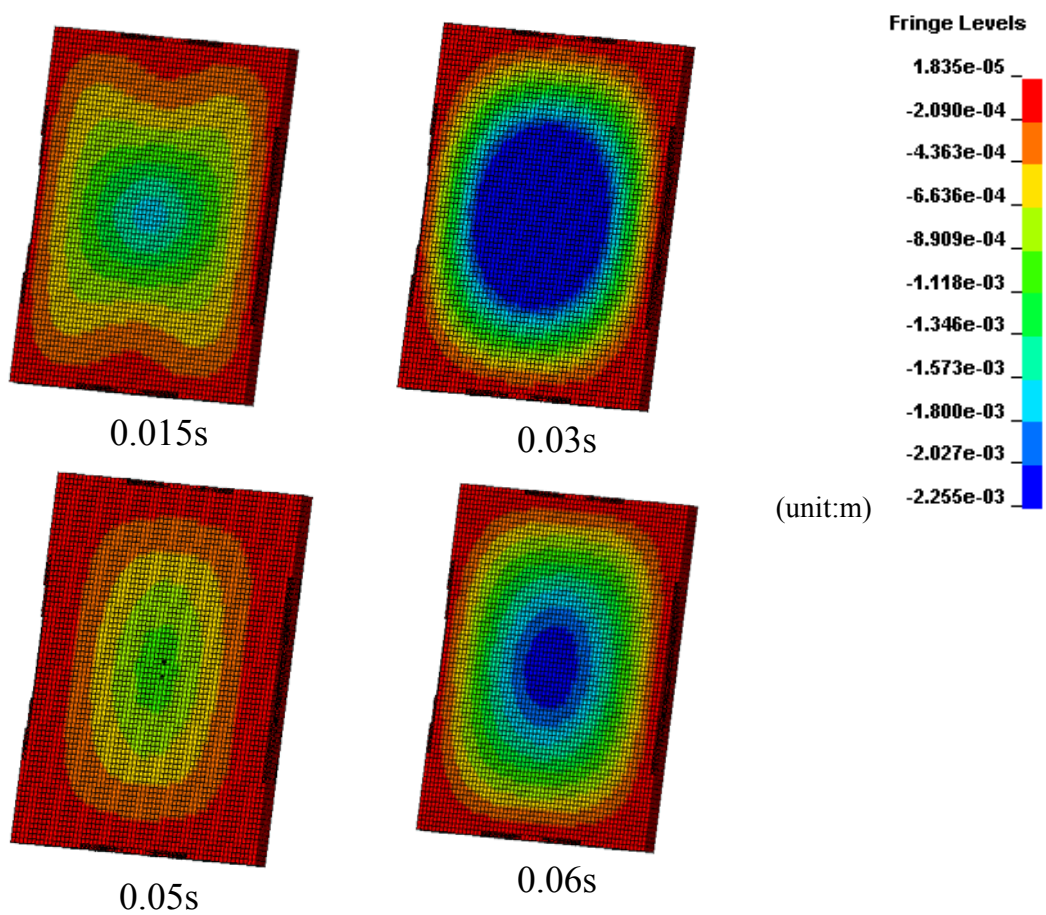


圖 2.4.22 5kg 炸藥量作用下鋼筋混凝土板損傷與位移等高線圖

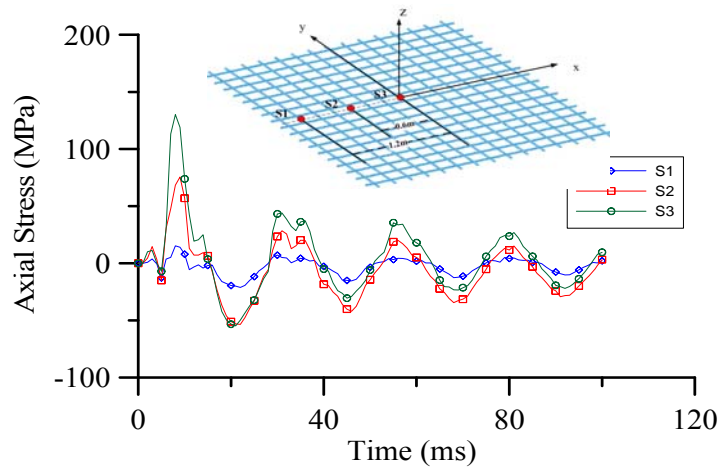


圖 2.4.23 5kg 炸藥對鋼筋之應力歷時圖

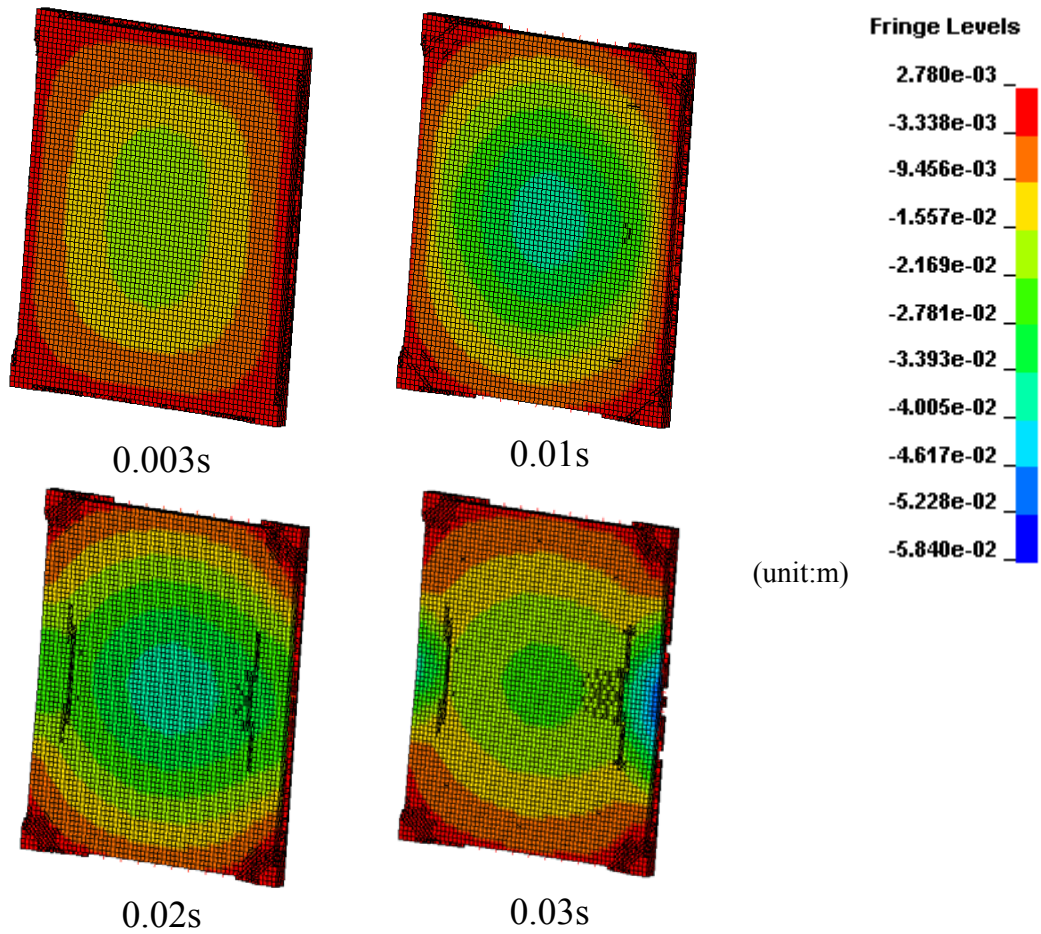


圖 2.4.24 20kg 炸藥量作用下鋼筋混凝土損傷與位移等高線圖

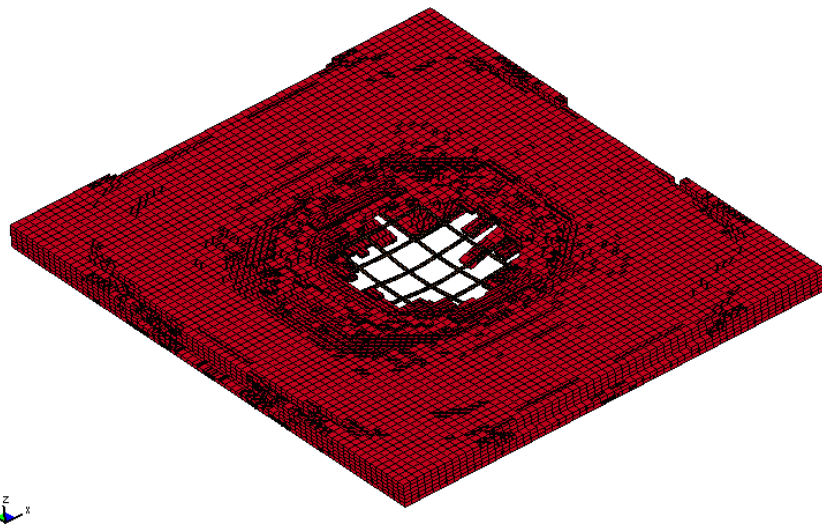


圖 2.4.25 10kg 炸藥量下炸藥距離 0.5m 時之損傷情形

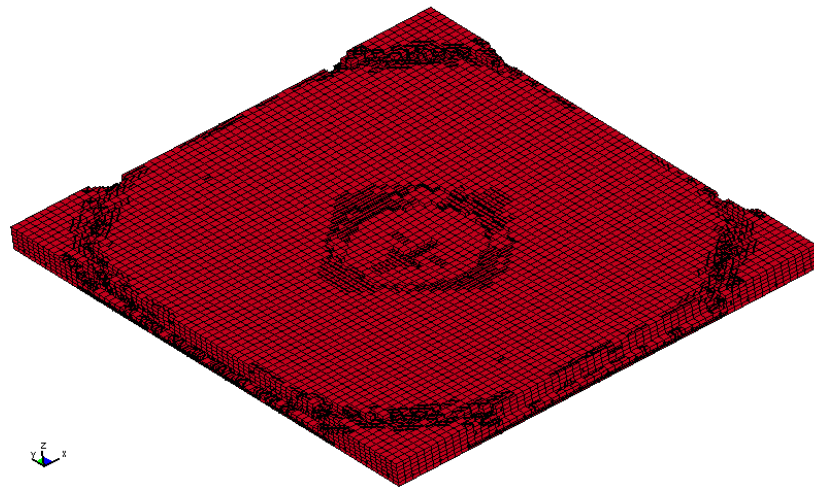


圖 2.4.26 10kg 炸藥量下炸藥距離 1.0m 時之損傷情形

表 2.1.1 空氣中爆炸時衝擊波的初始參數

爆藥種類	ρ_0 kg/m ³	D (m/s)	Q_w Kcal/kg	Q Kcal/kg	P_K kPa/cm ²	P_x kPa/cm ²	v_x (m/s)	D_x (m/s)	v_{xm} (m/s)
TNT	1600	7000	1000	285	1450	570	6450	7100	10500
Hexogen	1600	8200	1300	310	1500	760	7450	8200	11900
PETN	1690	8400	1400	350	1800	810	7700	8450	12400

表 2.1.2 裝藥形狀對峰值壓力的影響

炸藥種類	裝藥形狀	炸藥重量 (kg)	P_{s0} (kg/cm ²)	
			$W^{1/3}/R=1$	$W^{1/3}/R=10$
TNT	長方形	0.23	29.9	0.094
TNT	圓柱形	1.81	18.5	0.114
TNT/PETN 50/50	圓柱形	3.60	20.7	0.112
TNT/PETN 50/50	球形	1.71	11.9	0.124

表 2.1.3 爆壓拖曳係數

動態壓力 q_0 ,psi	拖曳係數 C_D
0-25	-0.4
25-50	-0.3
50-130	-0.2

表 2.2.1 荷載均佈係數 C_e

H/A \ A/B	≤0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	≥2.0
0.5	0.05	0.15	0.35	0.52	0.64	0.72	0.78	0.83	0.86	0.89	0.91
0.75	0.08	0.21	0.47	0.64	0.75	0.82	0.87	0.90	0.92	0.93	0.95
1.0	0.08	0.23	0.50	0.68	0.78	0.85	0.89	0.91	0.93	0.95	0.96

註： H/A 為爆距與短跨的比值， A/B 為結構短跨與長跨的比值。

表2.2.2 鋼筋混凝土構件之允許延性比

構件使用要求	構件之受力狀態			
	受彎曲荷載	大偏心荷載	小偏心荷載	軸心受壓
防水要求高	1.0~2.0	1.0~1.5	1.0~1.2	1.0
防水要一般	3.0~4.0	2.0~3.0	1.5	1.2
無變形控制要求	3.0~5.0	3.0	1.5	1.2~1.3

表 2.2.3 梁與單向板之等效係數

荷載與支 座狀況	變形 範圍	荷載 係數 k_L	質量係數 k_M		荷載-質量 係數 k_{LM}		最大 抗力 R_m	彈簧 常數 K	動反力 V
			集中 質量	均佈 質量	集中 質量	均佈 質量			
	彈性	0.64	--	0.50	--	0.78	$\frac{8\mu_p}{l}$	$\frac{384EI}{5l^3}$	$0.39R+0.11F$
	塑性	0.50	--	0.33	--	0.66	$\frac{8\mu_p}{l}$	0	$0.38R_m+0.12F$
	彈性	1.0	1.0	0.49	1.0	0.49	$\frac{4\mu_p}{l}$	$\frac{48EI}{5l^3}$	$0.78R-0.28F$
	塑性	1.0	1.0	0.33	1.0	0.33	$\frac{4\mu_p}{l}$	0	$0.75R_m-0.25F$
	彈性	0.53	--	0.41	--	0.77	$\frac{12\mu_p}{l}$	$\frac{384EI}{l^3}$	$0.36R+0.14F$
	彈 塑 性	0.64	--	0.50	--	0.78	$\frac{8(\mu_{ps} + \mu_{pm})}{l}$	$\frac{384EI}{5l^3}$	$0.39R+0.11F$
	塑性	0.50	--	0.33	--	0.66	$\frac{8(\mu_{ps} + \mu_{pm})}{l}$	0	$0.38R_m+0.12F$
	彈性	1.0	1.0	0.37	1.0	0.37	$\frac{4(\mu_{ps} + \mu_{pm})}{l}$	$\frac{192EI}{l^3}$	$0.71R-0.21F$
	塑性	1.0	1.0	0.33	1.0	0.33	$\frac{4(\mu_{ps} + \mu_{pm})}{l}$	0	$0.75R_m-0.25F$

表 2.3.1 空氣與炸藥之狀態方程參數

JWL EOS				
ρ	D	PCJ	A	B
1630	6930	1.85×10^{10}	5.409×10^{11}	0.094×10^{11}
R_1	R_2	Ω	E_0	ν_0
4.5	1.1	0.35	8×10^9	1.0
多項式 EOS				
ρ	C_0	C_1	C_2	C_3
1.293	0	0	0	0
C_4	C_5	C_6	E_0	ν_0
0.4	0.4	0	2.5×10^5	1.0

表 2.3.2 自由場爆炸之分析結果

網格大小 (cm)	元素總量	超壓峰值 P_{s0} (MPa)	經驗公式 J.Henrych	誤差 (%)	運算時間 (s)
40	2000	3.9	15.5	75.1	14
20	16000	9.0	15.5	41.9	203
10	128000	13.2	15.5	14.8	4206

表 2.4.1 鋼筋混凝土材料參數

鋼筋材料參數				
型號	密度(kg/m ³)	彈性模數(Pa)	柏松比	降伏強度
Grad 60 Steel Bar	7800	2.1×10^{11}	0.3	4.14×10^8
混凝土材料參數				
抗壓強度(Pa)	抗拉強度(Pa)	密度(kg/m ³)	彈性模數(Pa)	柏松比
1.72×10^7	1.37×10^6	2320	1.96×10^{10}	0.2

表 2.4.2 炸藥距離對中點位移之影響

距離(m)	炸藥量(kg)	位移 (mm)	裂縫寬度(mm)	裂縫元素數量	元素損壞數量
0.5	10				
1.0	10	58.509	0.395	1592	889
1.5	10	33.938	0.358	712	607
2.0	10	24.377	0.388	396	246
2.5	10	18.206	0.362	245	183
註：平均裂縫寬度 0.376mm					

附 錄

TECHNO | Press

Electronic Manuscript
Upload System
(TeMUS)

Quick Search

Search

Paper Status

Paper ID	SEM09698C [download]	Date received	2010-09-11
Title	Dynamic Responses of a Reinforced Concrete Slab Subjected to Air Blast Load		
Author	Dr. Yuh-Shiou Tai (Corr. Author), Tung-Liang Chu		
Status	Reviewers are selected.		

Date	Event	Detail
2010-09-11	Manuscript Submission	Confirm Mail - Sent
2010-09-25	Preliminary Check	OK
2010-11-05	Review Request	Sent to 2 reviewer(s)

Techno Press is an international publishing house, specialized in the publication of international journals and conference proceedings. Also Techno-press sponsors international conferences.

P.O. Box 33, Yuseong-gu Daejeon 305-600 Korea
Tel: (+82-42) 350-8451/2, Fax : (+82-42) 350-8450, E-mail: technop@chol.com
Copyright (C) 2010 Techno Press

Dynamic Responses of a Reinforced Concrete Slab Subjected to Air Blast Load

Yuh-Shiou Tai* Tung-Liang Chu**

* Department of Civil Engineering, ROC Military Academy,
1 Wei-Wu Rd, Feng-Shan, 830, Taiwan, ROC

e-mail: ystai@cc.cma.edu.tw

Tel: (886) 7-745-6290

Fax: (886) 7-710-4697

** Institute of Nuclear Energy Research, Atomic Energy Council, ROC

ABSTRACT

Reinforced concrete is the principal material for military engineering and nuclear power plant containment. However, impacts and explosions could completely destroy such structures, causing tremendous casualties and property loss. Hence, this study conducts an analysis on the propagation law of a blast pressure wave and the dynamic response of reinforced concrete structures under explosive pressure wave effects. This study uses proper state material parameters and equations and then applies the nonlinear finite element analysis software LS-DYNA to conduct a numerical simulation of a free-field explosion model. After comparison with the computed results from empirical equations and validating the reliability of the numerical analysis model, the destruction and influencing factors on reinforced concrete slabs, under the effects of

a blast pressure wave, are investigated. The results can serve as a reference for future analysis and design.

KEY WORDS: *blast pressure wave; reinforced concrete slab; numerical simulation; finite element analysis*

1. Introduction

Reinforced concrete is the principal material used for the military engineering and containment of nuclear power plants. Its mechanical responses under the effects of dynamic loads are complicated. If the load acts slowly on a large plane, it can be analyzed using the structural mechanics theory. If the load acts rapidly on the concrete structure, due to the inertia and a short duration effects, the response forms a local region of high pressure and high temperature. The response is centered on the load point and an outgoing shock wave is formed inside the concrete. The compressive wave reflection from the rear faces of the target produce a tensile wave which interacts with compressive waves resulting in spalling. Concrete behavior is also different from that under the effect of a quasi-static load. This problem is complicated as the behavior of the material is difficult to control and the mechanical

behaviors vary under different load conditions. The methods for studying this problem include (1) analytical methods: under appropriate assumed conditions, solving the problem using a theoretical model after idealizing the shock wave propagation or impact load, however this method is only applicable to simple problems; (2) experiments: conducting small-scale or prototype testing experiments by selecting the proper effect parameters for the blast pressure wave and analyzing the results using the statistical regression method to obtain the empirical formula or figures for the structural dynamic response; (3) numerical analysis: using a computer and the fundamental laws of mechanics (the laws of mass, energy, and momentum), to properly introduce a dynamic response in the material and the failure criterion using numerical methods, such as the finite element method or finite difference method (Xu and Lu 2006, Leppanen 2006, Rabczuk and Eibl 2006, Lu 2009, Zhou et al. 2008, Gong et al. 2009).

A number of papers (Roger, 1959; Baker, 1973; Kinney, 1985; Mays and Smith, 1995) conducted in-depth studies on the propagation law of blast pressure waves in different mediums and proposed some computing formulas. Hopkinson (1915) proposed the equivalent conversion law for different kinds of explosives. The TM5-855-1 (1985)

and TM5-1300 (1990) explained the principles of explosion and calculation methods. To explore the anti-explosion performance of structural components, Woznica et al. (2001) carried out experiments and numerical simulations on the visco-plastic behavior of thin metallic plates subjected to an explosion. Pan and Louca (1999) conducted experimental and numerical studies on the response of stiffened slabs subjected to gas explosions. Coggin et al. (1999) analyzed the transient response of isotropic and laminated plates to close proximity blast loads. Li et al. (2002) investigated the explosion resistance of a metallic plate with a square hole. Duranovic (1998) studied the modeling considerations of impulsive loads on reinforced concrete slabs. Hao et al. (2002, 2008) conducted numerical analysis on the elastic-plastic dynamic response of steel columns subjected to the pressure wave from an underground explosion. Sheng et al. (2005) performed an analysis on explosive damage to reinforced concrete columns. In respect to the explosion resistance of walls, Nash (1995) examined the spall damage to concrete walls from close-up cased and uncased explosions in the air. Varma (1997) discussed the damage to brick masonry panel walls under high explosive detonations. Makovicka (2002) studied the dynamic response of thin masonry walls under explosion effects. Mays et al.

(1999) considered the dynamic response to the blast load of concrete wall panels with openings.

Although the above studies provided plentiful results, considering the dynamic response of reinforced concrete structures subjected to blast loads is complicated, this study conducts an analysis of the dynamic response and damage pattern of an RC plate subjected to different blast loads using the nonlinear finite element analysis program LS-DYNA (2006). The results can serve as reference for future analysis and design.

2. Law of propagation of explosions in the air

The sudden release of energy from an explosion in the air produces an instantaneous high-temperature, high-pressure detonation wave in the atmosphere. This pressure wave causes the rapid expansion and propagation of ambient gases. The high-pressure air at the front end of these gases contains most of the explosive energy and is known as the blast pressure wave. The energy carried by the blast pressure wave will decrease as the propagation distance and time increases. The pressure behind the shock wave front can instantly reduce to below the air pressure of the surrounding atmosphere. During the negative pressure phase, the air is evacuated to create a vacuum and the pressure and

temperature then return to the same as that of the ambient air. A typical explosion pressure time history curve is shown in Figure 1. Before the arrival of the shock wave, the atmospheric pressure is P_0 ; at t_A . After the explosion, the pressure abruptly rises to overpressure peak P_{s0} , then attenuates to P_0 at t_A+t_0 , later arriving at the negative pressure peak P'_{s0} , and finally returning to P_0 at $t_A+t_0+t'_0$. Due to the complexity of the explosion process, it is difficult to obtain the parameters of the blast pressure wave through theoretical analysis. Baker (1973) proposed an equation to express the pressure attenuation process and controlled it using attenuation factor α :

$$P_{s0}(t) = P_{s0} \left(1 - \frac{t}{t_0} \right) e^{\frac{-\alpha t}{t_0}} \quad (1)$$

where t is the pressure wave duration time. The impulse formed by positive pressure can be obtained using its integral to time.

$$i_{so} = \int_{t_A}^{t_A+t_0} P_{s0}(t) dt \quad (2)$$

Some studies have summarized several usable empirical equations for shock wave parameter calculation through theoretical analysis and numerous experimental studies. The commonly used empirical equations include that proposed by Henrych (1979):

$$\begin{aligned}
P_{s0} &= 1.4072Z^{-1} + 0.554Z^{-2} - 0.0357Z^{-3} + 0.000625Z^{-4} \quad (0.1 \leq Z \leq 0.3) \\
P_{s0} &= 0.619Z^{-1} - 0.033Z^{-2} + 0.213Z^{-3} \quad (0.3 \leq Z \leq 1) \\
P_{s0} &= 0.066Z^{-1} + 0.405Z^{-2} + 0.329Z^{-3} \quad (1 \leq Z \leq 10)
\end{aligned} \tag{3}$$

Baker's (1973) equation:

$$\begin{aligned}
P_{s0} &= 20.06Z^{-1} + 1.94Z^{-2} - 0.04Z^{-3} \quad (0.05 \leq Z \leq 0.5) \\
P_{s0} &= 0.67Z^{-1} + 3.01Z^{-2} + 4.31Z^{-3} \quad (0.5 \leq Z \leq 70.9)
\end{aligned} \tag{4}$$

and Brode's (1955) equation:

$$\begin{aligned}
P_{s0} &= \frac{0.975}{Z} + \frac{1.455}{Z^2} + \frac{5.85}{Z^3} - 0.019 \quad 0.1 < P_{s0} < 10 \text{bar} \\
P_{s0} &= \frac{6.7}{Z^3} + 1 \quad P_{s0} > 10 \text{bar}
\end{aligned} \tag{5}$$

where Z is the scaled distance, expressed by $Z = R / W^{1/3}$

3. Analysis of reinforced concrete plate subjected to a blast pressure wave

In the analysis model built upon Lagrangian elements for explosives and ambient mediums, the finite element mesh instantly distorts when studying the blast pressure wave effects on the structure and the medium moving with the explosives. Hence, the Jacobian of the integration point may become a negative value and the stable time step size needed for the calculation approaches zero. As a result, either the overall computing time extends infinitely or the computing process diverges. If the model is built using Eulerian elements and the mesh remains unmoved, numerous Eulerian elements are required to trace the dynamic response of the structures, which may cause errors due to the computation of complex

changes to the interface. Therefore, this study applied the ALE method, which integrates the advantages of the Lagrangian and Eulerian elements but without the excessive mesh distortion problem. The proposed method effectively traces the movement of structural boundaries and observes the blast pressure wave's pressure distribution in the medium while the blast load is occurring. The analysis model and the definition of materials are detailed as follows:

3.1 Analysis model

The geometry of the reinforced concrete slab is shown in Figure 2, where the length is 3.6m, the width 3.0m, and the thickness 0.15m. There were 18 steel bars in the x direction and 15 in the y direction. The explosives were placed 2.5m above the center of the model. The structure and load were symmetrical, so half of the model was taken for analysis in order to simplify the computing. The finite element model is shown in Figure 3. During the computing process, the explicit time integration method was employed to compute the time integration. Since it is a conditional stable integration method and the integration time step size is a function of the characteristic mesh length. If the mesh were overly divided, the computation time would increase. However, for the

air mesh division, apart from the integration stability, the shock wave period must be considered as it may refract or reflect and thus lead to energy decay if the shock wave meets gaps or boundaries while propagating in the medium. To avoid this phenomenon during the computation as well as errors in the analysis, the shock wave under every time step should not exceed two elements. The shock wave wavelength is in direct proportion to the shock wave period, so the minimum element length is determined by the shock wave duration, generally $L_{\max} < cT/n$, where c is the sound velocity of the medium and n is the wavelength of the shock wave within the elements. This research used $n=9$, so the length of the air mesh was $100mm$.

3.2 Boundary condition

Considering the boundary condition, protective structures are divided into numerous small slabs stiffened primarily by beams. The edges of these slabs can provide restraint at the moment due to the torsional rigidity of the beams. Therefore the four sides of the reinforced concrete slab have clamped boundaries during analysis. The boundary of the air medium may make the shock wave refract or reflect, so that it superposes or is canceled out by the incident waves in the analysis domain. To avoid this problem, the boundary condition around the air

medium is set as a non-reflecting boundary, thus the pressure would flow out at this boundary and not cause reflection.

In the non-linear finite element analysis of reinforced concrete, reinforced effect simulation utilizes three methods: separation mode, combination mode and entirety mode. If the local damage to the reinforced concrete is subjected to an explosion effect, the separate type is adopted because the composite type and the entirety type have a poor computing accuracy and cannot observe the damage of reinforced steel. Therefore, this study used the separate type model for analysis. Reinforced steel is employed in the beam element and the concrete utilized the hexahedron continuum elements for simulation. The bonding of reinforced steel and concrete coupled the reinforced steel element and concrete element through the `CONSTRAINED_LAGRANGE_IN_SOLID` command. It was supposed that there was a high bond between the reinforced steel and concrete under the instantaneous impulse external force effect without sliding between them.

4 Constitutive laws and the equation of state

4.1 Concrete

The dynamic behavior of concrete determines the concrete's strength characteristics. The constitutive law employs the plastic flow rule on its principal stress space to differentiate between the hydrostatic and deviatoric stress portions. Different load functions are used to describe the behavior of the two parts. The material model based on a low compressive pressure zone is described in terms of the deviatoric stress. In the impacting process where the shock pressure induced on the material interior is at maximum strength, the deviatoric stress portion has a small influence. The material can be regarded as compressible fluid. The Hugoniot shock pressure and specific volume relationship (EOS) is applied to replace the stress-strain relationship. To fully describe the concrete's dynamic effect within the impact procedure, several concrete models have been implemented in LS-DYNA, designed for special purposes such as damage, effect of strain rate and cracks (Malvar et al (1997); Holmquist et al, (1993); Johnson (1998); Tu and Lu (2009)). This investigation applies results from the perforation simulations with the LS-DYNA and the "Johnson-Holmsquist Concrete" material model, based on work by Holmquist, Johnson and Cook (Holmquist et al, (1993); Johnson (1998)) to forecast material behavior. The equivalent strength model, accumulated damage model and EOS are described as

follows:

(a) Equivalent strength model

The equivalent strength component of the model is given by

$$\sigma^* = [A(1-D) + BP^{*N}] \cdot [1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*] \quad (6)$$

The normalized equivalent stress is given by $\sigma^* = \sigma/f'_c$, where σ represents the actual equivalent stress, and f'_c denotes the quasi-static uni-axial compressive strength; P^* denotes the normalized pressure, shown as $P^* = P/f'_c$; $\dot{\varepsilon}^*$ denotes the dimensionless strain rate, given by $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0$; $\dot{\varepsilon}$ represents the actual strain rate; $\dot{\varepsilon}_0 = 1.0s^{-1}$ represents the reference strain rate; $D(0 \leq D \leq 1)$ denotes the damage parameter and the normalized largest tensile strength is given by $T^* = T/f'_c$, where T represents the maximum tensile stress. Additionally A , B , N , C , and S_{\max} denote the material parameters, respectively, as normalized cohesive strength, normalized pressure hardening coefficient, pressure hardening exponent, strain rate coefficient and normalized maximum strength.

(b) Accumulated damage failure model

The accumulated damage failure model for concrete is similar to that in the Johnson Cook fracture model (Johnson and Cook, 1985). In addition to the damage accumulated in equivalent plastic strain, the Johnson-Holmquist concrete model also considered owing to the plastic volumetric strain. The damage model is written as

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon_p + \Delta \mu_p}{\varepsilon_p^f + \mu_p^f} \quad (7)$$

Here $\Delta \varepsilon_p$ and $\Delta \mu_p$ represent the equivalent plastic strain increment and plastic volumetric strain increment, respectively, during one cycle integral computation. The equation

$$f(P) = \varepsilon_p^f + \mu_p^f = D_1 (P^* + T^*)^{D_2} \quad (8)$$

represents the plastic strain to fracture under a constant pressure, where D_1 and D_2 represent damage constants.

(c) The Equation of State, EOS

The EOS describes the relationship between hydrostatic pressure and volume. The concrete loading and unloading process can be divided into three response regions. The first zone is the linear elastic zone, arising at $P \leq P_{crush}$, where the material is in the elastic state. The elastic bulk modulus is given by $k = P_{crush} / \mu_{crush}$, where P_{crush} and μ_{crush} represent the pressure and volumetric strain arising in a uniaxial

compression test. Within the elastic zone, the loading and unloading equation of state is given by

$$P = K\mu \quad (9)$$

where $\mu = \rho/\rho_0 - 1$; ρ denotes the current density, and ρ_0 denotes the reference density. The second zone arises at $P_{crush} < P < P_{lock}$, where the material is in the plastic transition state. In this area, the concrete interior voids gradually reduce in size as the pressure and plastic volumetric strain increase. The unloading curve is solved by the difference from the adjacent regions. The third area defines the relationship for fully dense material. The concrete has no air voids and thus fulfills the condensed material Hugoniot relationship. The pressure and the volumetric strain relationship is given by

$$P = K_1\bar{\mu} + K_2\bar{\mu}^2 + K_3\bar{\mu}^3 \quad (10)$$

where $\bar{\mu} = \frac{\mu - \mu_{lock}}{1 + \mu_{lock}}$ represents the corrected volumetric strain, and

K_1, K_2, K_3 are constants. The tensile pressure is restricted to $T(1 - D)$. To identify each material parameter in the constitutive law, the tri-axial compression and high strain rate dynamic tests must be performed on the concrete samples. This derives the concrete's EOS and material strength parameters. The material parameters in this analysis are shown in Table

1.

4.2 Steel bar

Reinforcing steel bars observe the elasto-plastic constitutive law. The hardened model used was the isotropic hardening rule, which applies the largest plastic strain as its failure threshold. Once the element approaches this plastic strain in the computation procedure the element is regarded as failed and eroded. Moreover, when the material is subjected to a short-term dynamic load, its stress-strain relationship determines the value of the strain and assumes the change to be inversely proportional. Many investigations have already considered various constitutive laws concerning the strain rate's influence on the material properties. The constitutive law of the material is found when the stress-strain relationship using the regression formula is obtained from the material dynamic load. Nevertheless, to maintain the required material parameters with the constitutive law, a similar test must be conducted every time and a regression analysis performed on the test results. Cowper-Symond (Cowper and Symond, 1957) presented a simple equation to obtain the dynamic yield stress from the static strength:

$$\dot{\varepsilon} = D \left(\frac{\sigma_{dy}}{\sigma_y} - 1 \right)^n \quad \sigma_{dy} > \sigma_y \quad (11)$$

$$\sigma_{dy} = \sigma_y \left[1 + |\dot{\varepsilon}/D|^{1/n} \right] \quad (12)$$

where $\dot{\varepsilon}$ denotes the truth strain rate; σ_{dy} denotes the rate related to the dynamic yield stress; σ_y represents the static yield stress; D and n represent the material parameters. Considering mild steel, Symond (1967) demonstrated when $D = 40s^{-1}$ and $n = 5$, the predicted results and experimental data agree. The reinforcing bar's material parameters are listed in Table 2.

4.3 Material failure

The erosion algorithm is implemented to simulate the crushing of concrete in the numerical model. When the material response in an element reaches a certain critical value, the element is immediately deleted. Figure 4 shows an example calculation for a concrete plate subjected to blast using the erosion algorithm. The fracture details are revealed from the simulation in a rather realistic manner. There may be a variety of criteria governing the material erosion. Typically, the material fracture and failure under tension and compression may be

defined by the magnitude of the effective plastic strain and volumetric tensile strain, respectively. The effective plastic strain is given by

$$\bar{\varepsilon}_p = \int_0^t \left(\frac{2}{3} D_{ij}^p D_{ij}^p \right)^{1/2} dt \quad (13)$$

where D_{ij}^p denotes the plastic component of the rate of deformation tensor. Typical concrete strain at peak tensile stress under static loading is around one-tenth of that at peak compressive stress. Considering the softening phase, the concrete at fracture with practically complete loss of tensile strength may be assumed as 0.001. For the explosion cases under consideration, the maximum strain rate is generally on the order of 10–100 s⁻¹. For this magnitude of strain rate, the corresponding dynamic strength enhancement factor can reach 5.0 or above. Taking all these influences into account and in conjunction with trial parametric analysis, it is found that the dynamic tensile fracture strain should be around 0.01 for spallation with the RC material. Thus, the principal tensile strain reaching 0.01 is adopted as the primary criterion in erosion algorithm implementation in the numerical simulation

4.4 Equation of state

(1) Explosive:

The pressure released by chemical energy during the explosion is simulated using JWL EOS, and its detonation velocity is 6930 m/sec (Dobratz , 1981).

$$p = A\left(1 - \frac{\omega\eta}{R_1}\right)e^{-R_1/\eta} + B\left(1 - \frac{\omega\eta}{R_2}\right)e^{-R_2/\eta} + \omega\eta\rho_0 E \quad (14)$$

where A, B are linear explosion coefficients, ω, R_1, R_2 are nonlinear explosion coefficients, $\eta = \rho/\rho_0$, ρ_0 is the initial density of the material and E is the specific internal energy of every unit of mass.

When the blasting powders are TNT, according to the explosives manual (Dobratz, 1981), the aforesaid parameters are respectively $A = 3.712 \times 10^{11} Pa$, $B = 3.231 \times 10^9 Pa$, $\omega = 0.30$, $R_1 = 4.15$, $R_2 = 0.95$, $\rho_0 = 1630 kg/m^3$, $E = 4.29 \times 10^6 J/kg$.

(2) Air

In this study, the LINEAR_POLYNOMIAL equation of state is used to describe the behavior of the air.

$$P = C_0 + C_1\mu + C_2\mu^2 + C_3\mu^3 + (C_4 + C_5\mu + C_6\mu^2)E_0 \quad (15)$$

where, E_0 is the initial energy density, and $\mu = \rho/\rho_0 - 1$, $C_i (i = 0 \sim 6)$ are the coefficients. For ideal gases, the coefficients in the EOS are $C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = C_6 = 0$, and $C_4 = C_5 = \gamma - 1$. Thus the EOS can be

simplified as Gamma Law EOS:

$$P = (\gamma - 1) \frac{\rho}{\rho_0} E_0 \quad (16)$$

where, ρ/ρ_0 is the relative density, γ is the rate of change to the specific heat of air, ρ_0 is the initial air density value, and ρ is the current air density. For the initial internal energy, under standard atmospheric pressure, according to the Gamma law calculation, at $\gamma = 1.4$, its initial internal energy is $E = 2.5 \times 10^5 \text{ J/kg}$.

5. Results and Discussion

In order to validate the accuracy of the analysis results, we conducted a free-field explosion simulation and compared the blast pressure wave parameters. Figure 5 shows a time history comparison of the finite element mesh to blast pressure. When the time history comparison was conducted at a distance of 200cm from the center point of the explosion, it was found that the blast pressure wave time is very short. The blast pressure wave attenuates quickly after arriving at the peak. As shown in the figure, the blast pressure wave curve, as simulated by this study, indicates the same trend from an ideal blast pressure wave. However, the peak pressure and attenuation differ due to the different

mesh densities. The peak pressure is calculated according to the empirical equations of Henrych (1979), is 15.48MPa. The numerical result is 13.20MPa for 100mm mesh, 9.0MPa for 200mm mesh, and 3.85MPa for 400mm mesh, respectively. This indicates that the mesh quality has great influence on the diachronic pressure curve. Figure 6 shows a comparison of the numerical simulation and the peak pressure results according to the empirical equation. The 40cm mesh result is obviously different from the empirical equation results. However, the curve trend for 10cm and 20cm meshes is consistent with the empirical equation results.

This study employed the above methods to discuss the destructive effects on an RC slab under the influence of the following factors: different amounts of explosives, different reinforcement ratios and distance from the explosives.

5.1 Effect of explosive amount on the structure

Figure 7 displays the reinforcing bar's stress and RC slab displacement history analysis results. If the structure is not damaged, 1kg explosives are the maximum blast load that can be endured by the slab. As shown in Figure 7(a), the blast pressure wave and the effects on the

structure reach the maximum value within a very short time. The center point of the reinforced concrete is significantly affected by the explosion. The steel axial stress is 42.6MPa, which is smaller than the yield stress. Therefore, the reinforced concrete has enough resistance. The center point is the closest to the explosion, thus, it bears a largest portion of the blast load. The maximum displacement is 2.44mm and the spring back is obvious. When the explosive amount is 3kg, the reinforced concrete slab develops cracks near the support. This model is defined as a slightly damaged model. In other words, the concrete cracks. However, the elements fail to reach failure strain and are damaged. The reinforced stress is 97MPa (as shown in Figure 7(b)). When the amount of explosive is increased to 5kg, the reinforced concrete slab cracks and damage begins to show (see Figure 7(c)) at the support end, which is a shear failure. The maximum displacement of the center point is 97.5mm, and the steel axial stress is 130MPa. If the amount of explosive is increased to 10kg, damage to both support end elements is observed, as shown in Figure 7(d). The center of the reinforced concrete slab also develops cracks.

5.2 The reinforcement ratio effect on the structure

The reinforcement ratio range was taken between 0.2%~1.2% to investigate the reinforcement ratio effect on the RC slab resistance to a blast load. The maximum slab displacement was analyzed under the effects of 10kg and 20kg explosives, with the analysis results presented in Figs. 8 and 9. With the increased reinforcement ratio, the center point of the maximum RC slab displacement can be effectively decreased, allowing it to recover soon after reaching maximum displacement, with only small residual deformation. However, this has a great influence on the amount of damage to the concrete. If large amounts of explosives are added, the scope of concrete damage increases largely. With respect to the damage, if the reinforcement ratio is low, the damage occurs mainly in the center of slab. When the reinforcement ratio increases, damage will occur at the support. In other words, the damage to the RC slab changes from bending damage to shear failure.

5.3 The distance from the explosives effect on the structure

The damage to the reinforced concrete was observed from different distances, from a remote explosion to a short-distance explosion. The distance from the explosion has a significant influence on the slab, which is the same as the blast pressure wave propagation law, as stated in the

previous section. If the distance is very short, the Z value of the contraction scale distance is reduced relatively and overpressure is increased relatively. At a distance of 0.5m, the reinforced concrete slab center is penetrated (as shown in Figure 10). At a distance of 1.0m, the reinforced concrete slab center is exploded, creating holes, as shown in Figure 11.

6. Conclusions

This study employed the nonlinear finite element analysis software LS-DYNA to discuss the dynamic responses of an RC slab under blast load. The results are summarized as follows:

- (1) The free-field blast pressure wave simulation indicates that the mesh size is very sensitive to shock wave propagation, thus, to guarantee that the results are close to the actual situation the finite element mesh division should be as fine as possible.
- (2) For the RC slab dynamic response the computed results show that under the blast pressure effect, bending damage or shear failure may occur at the center point. The influencing factors include the amount of explosives and distance from the explosives to the RC slab.

- (3) If the concrete slab reinforcement ratio is very low the damage may occur at the slab center. However, if the reinforcement ratio is increased the slab deformation is reduced and damage may occur at the support.

7. REFERENCE

1. Baker, W. E. (1973), Explosions in air. University of Texas Press, Austin, TX, 7-15.
2. Brode, H.L. (1955), "Numerical solution of spherical blast waves", Journal of App. Phys, **26**(6), 766-775.
3. Coggin, J.M., Kapania, R.K. and Johnson, E.R. (1999), "Transient response of laminated plates subjected to close proximity explosions", ASME Aerospace Division AD, **58**, 155-162.
4. Cowper G.R. and Symond, P.S. (1957), "Strain hardening and strain rate effects in the impact loading of cantilever beams", Brown University, Division of applied mathematics report, No. 28.
5. Dobratz, B.M. (1981), LLNL Explosive Handbook, UCRL-52997, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA.
6. Duranovic N. (1998), "Impulsive loading on reinforced concrete slabs-modeling considerations", International Conference on Structures Under Shock and Impact, SUSI, 1998:817-826
7. Gong, S., Lu, Y., Tu, Z. and Jin, W. (2009), "Validation study on numerical simulation of RC response to close-in blast with a fully coupled model", Structural Engineering and Mechanics, 32(2), 283-300
8. Hao, H., Cheong, H.K. and Cui, S. (2002), "Numerical study of dynamic buckling of steel columns subjected to underground explosion", Key Engineering Materials, 233-236, 211-216

9. Henrych, J. (1979), *The dynamics of explosion and its use*. Elsevier Scientific Publishing Company.
10. Holmquist, T.J., Johnson, G.R. and Cook, W.H. (1993), "A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures", *The 14th International Symposium on Ballistics*, Quebec City, Canada. 591-600.
11. Hopkinson B. *British ordnance minutes 13565*, 1915
12. Johnson, G.R. (1998), "Computed radial stresses in a concrete target penetrated by a steel projectile", *Proceedings of the 5th International Conference on Structures under shock and impact*, Portsmouth, UK. 793-806.
13. Johnson, G.R. and Cook, W.H. (1985), "Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures", *Eng. Fract. Mech.* 21, 31-48.
14. Kinney, G.F. and Graham, K.J. (1985), *Explosive shocks in air*. Springer-Verlag, New York, USA.
15. Leppanen, J. (2006), "Concrete subjected to projectile and fragment impacts: Modelling of crack softening and strain rate dependency in tension", *Int. J. Impact Eng.*, 32, 1828-1841.
16. Li, G., Chen, B.Z. and Deng, X.F. (2002), "Explosion resistance of a square plate with a square hole", *Journal De Physique*, **12**(7), 121-124
17. LS-DYNA (2006), *Theoretical Manual, V.971*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA, USA.
18. Lu, Y. (2009), "Modelling of concrete structures subjected to shock and blast loading: An overview and some recent studies", *Structural Engineering and Mechanics*, 32(2), 235-249
19. Makovicka, D. (2002), "Dynamic response of thin masonry wall under explosion effect. *Structures and Materials*", 11, 47-56
20. Malvar, L.J., Crawford, J.E., Wesvich, J.W. and Simons, D. (1997),

- “A plasticity concrete material model for dyna3d”, *Int J Impact Eng*, **19**(9-10), 847-873.
21. Mays, G.C. and Smith, P.D. (1995), *Blast effects on building*. Thomas Telford Publications, London.
 22. Mays, G.C., Hetherington, J.G. and Rose, T.A. (1999), “Response to blast loading of concrete wall panels with openings”, *Journal of Structural Engineering*, **125**(12), 1448-1450.
 23. Nash, P.T., Vallabhan, C.V.G. and Knight, T.C. (1995), “Spall damage to concrete walls from close-in cased and uncased explosions in air”, *ACI Structural Journal*, **92**(6), 680-688
 24. Pan, Y.G. and Louca, L.A. (1999), “Experimental and numerical studies on the response of stiffened plates subjected to gas explosions”, *Journal of Constructional Steel Research*, **52**(2), 171-193
 25. Rabczuk, T. and Eibl, J. (2006), “Modelling dynamic failure of concrete with meshfree methods”, *Int. J. Impact Eng.*, **32**, 1878-1897.
 26. Rogers, G.L. (1959), *Dynamics of framed structures*. John Wiley & Sons, Inc. New York.
 27. Sheng, R.L., John, E.C. and Kenneth, B.M. (2005), “Design of reinforced concrete columns to resist the effects of suitcase bombs”, *The 6th Asia-Pacific conference shock & impact loads on structures*. Perth W Australia, 325-331
 28. Symond, P.S., (1967), “Survey of methods of analysis for plastic deformation of structures under dynamic loading”, *Brown University, Division of engineering report, BU/NSRDC/1-67*.
 29. TM 5-1300, (1990), *Structures to resist the effects of accidental explosions*, Department of the Army.
 30. TM 5-855-1 (1986), *Fundamentals of protective design for*

conventional weapons, Department of the Army.

31. Tu, Z. and Lu, Y. (2009), “Evaluation of typical concrete material models used in hydrocodes for high dynamic response simulations”, *International Journal of Impact Engineering* 36, 132–146.
32. Varma, R.K., Tomar, C.P.S. and Parkash, S. (1997), “Damage to brick masonry panel walls under high explosive detonation”, *ASME, Pressure Vessels and Piping Division PVP*, 351, 207-216
33. Woznica, K., Pennetier, O. and Renard, J. (2001), “Experiments and numerical simulations on thin metallic plates subjected to an explosion”, *Journal of Engineering Material and Technology, Transactions of the ASME*, **123**(2), 203-209
34. Xu, K. and Lu, Y. (2006), “Numerical simulation study of spallation in reinforced concrete plates subjected to blast loading”, *Comput. Struct.*, 84(5-6), 431-438.
35. Zhou, X.Q., Kuznetsov, V.A., Hao, H. and Waschl, J. (2008), “Numerical prediction of concrete slab response to blast loading”, *International Journal of Impact Engineering*, 35, 1186-1200

Table 1 The material parameters for the concrete model

Density, ρ_0 kg / m^3	Shear modulus, (MPa)	Strength constants					
		A	B	N	C	f'_c	S_{max}
2320	8.2×10^3	0.79	1.6	0.61	0.007	17.2	7.0
	T	$\dot{\epsilon}$					
	1.37	1.0					
Damage constants							
	D_1	D_2					
	0.04	1.0					
Equation of state, EOS constants							
P_{crush} MPa	μ_{crush}	K_1 GPa	K_2 GPa	K_3 GPa	P_{lock} GPa	μ_{lock}	
16.0	0.001	85.0	-171.0	208	0.8	0.1	

Table 2 The material parameters for the reinforced bar

Density, ρ_0 kg / m^3	Yield stress (MPa)	Elastic modulus (GPa)	Poisson's ratio	Maximum plastic strain
7800	414	210	0.3	0.12

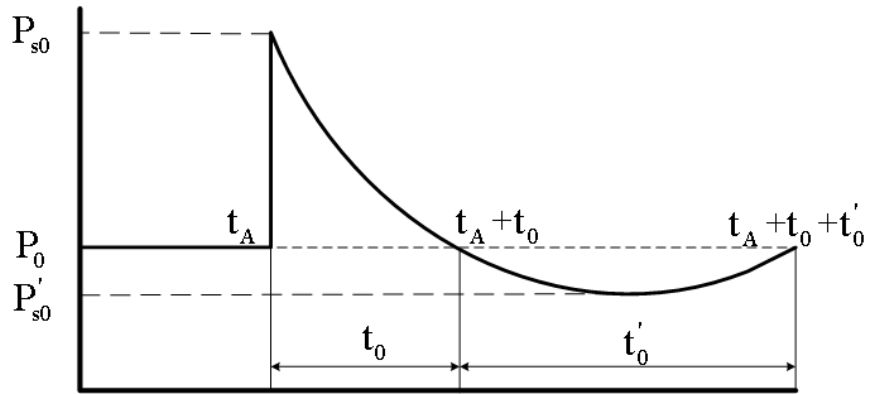


Fig. 1 Typical pressure time history for air blast

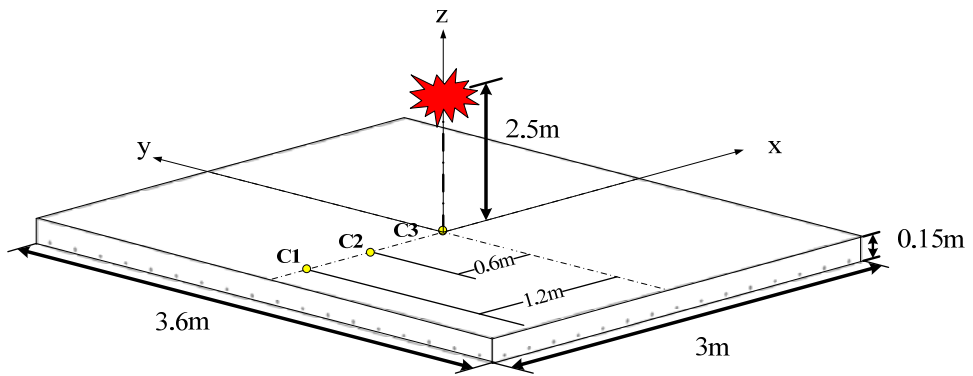


Fig. 2 The geometric configuration of the reinforced concrete slab

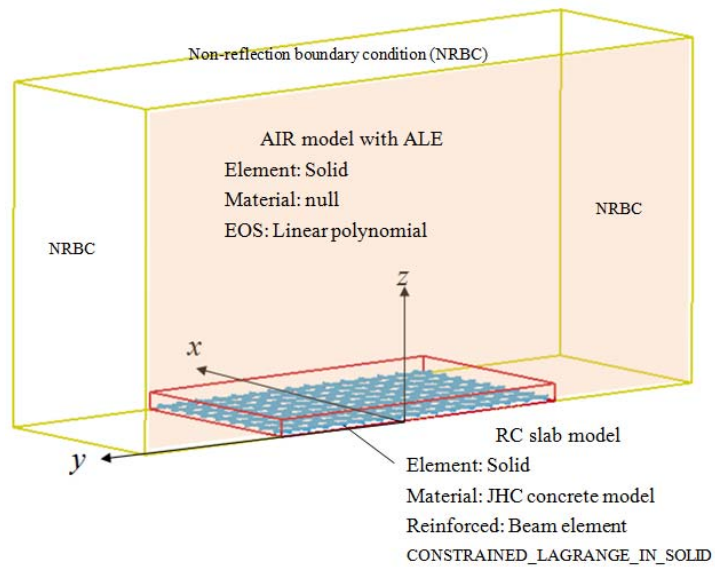


Fig. 3 Finite element model

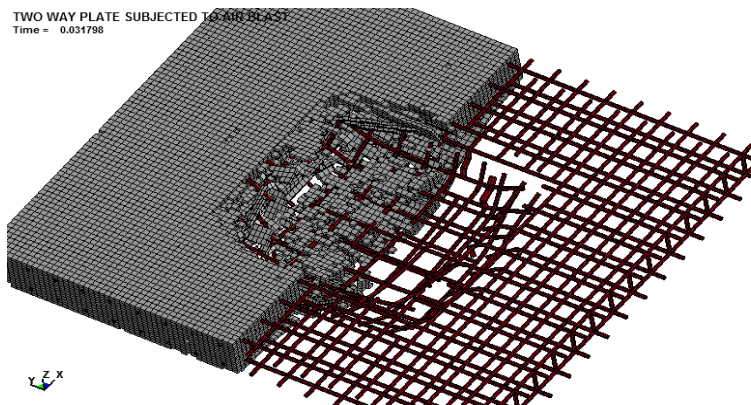


Fig. 4 Typical concrete destruction simulation using the erosion algorithm

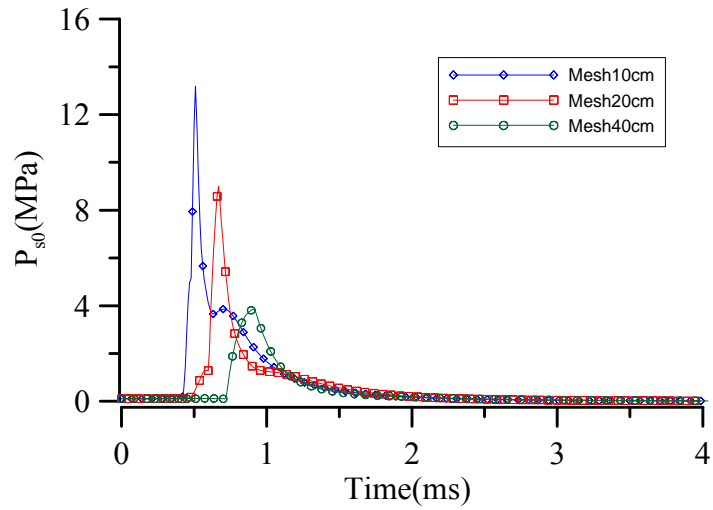


Fig. 5 Time history comparison of finite element mesh to blast pressure

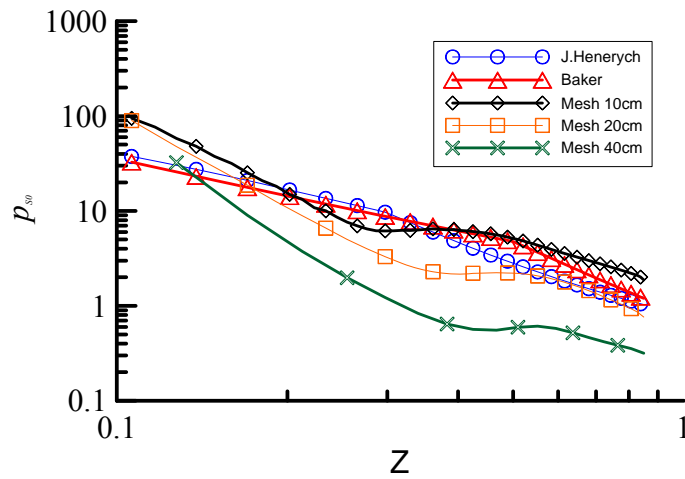


Fig. 6 Comparison of the peak pressure in the numerical simulation and empirical equation

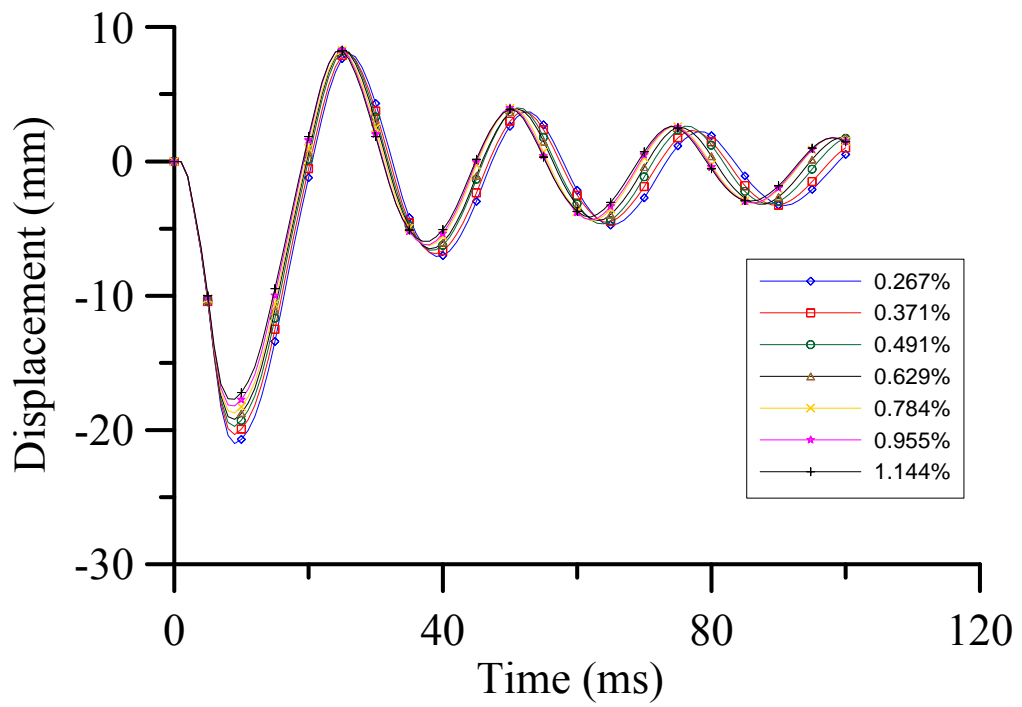


Fig 8 The reinforcement ratio effects (Explosive weight: 10kg)

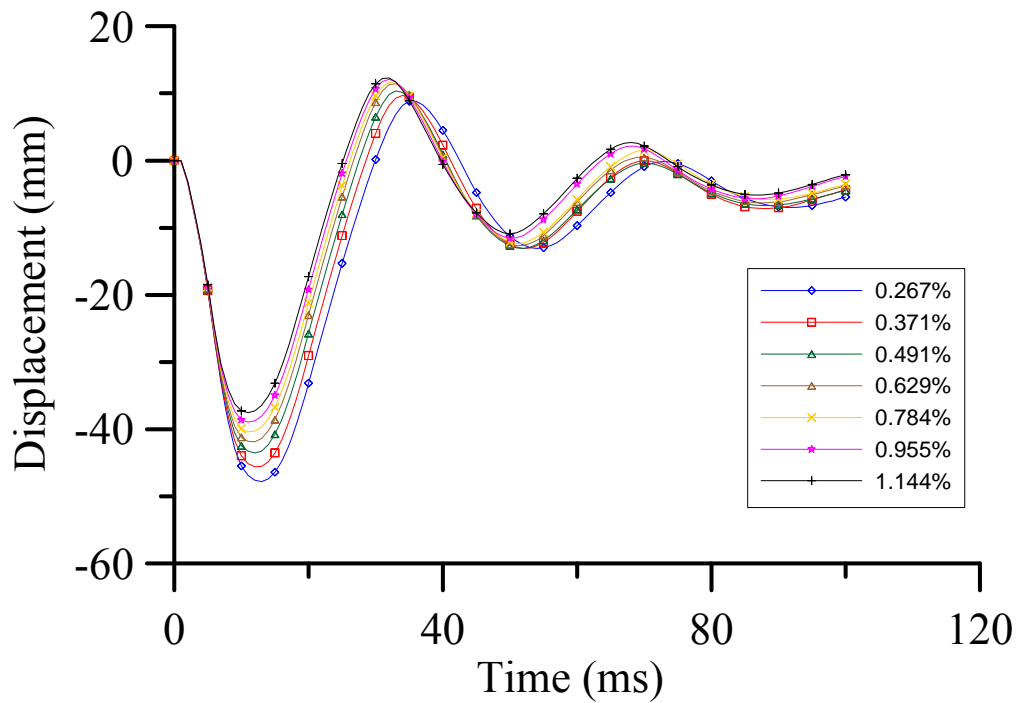


Fig. 9 The reinforcement ratio effects (Explosive weight: 20kg)

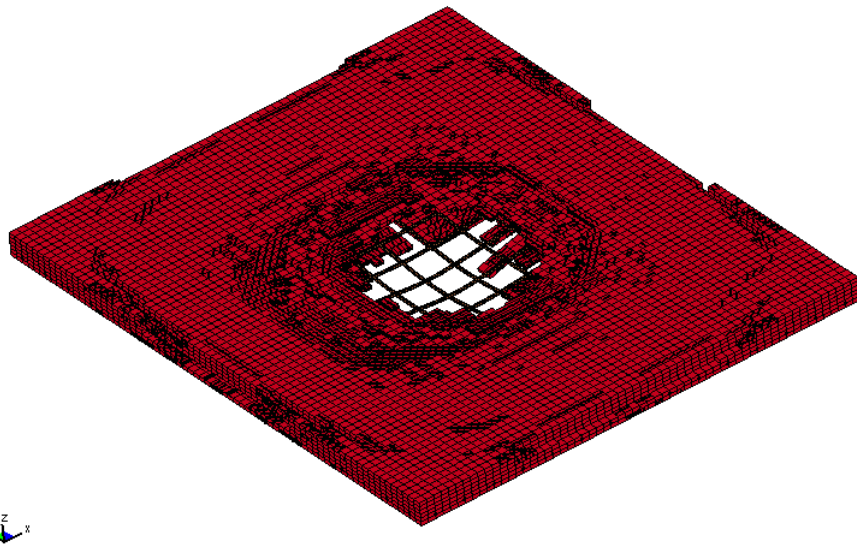


Fig 10 RC slab damage modes from 10 kg charge and distance 0.5m case

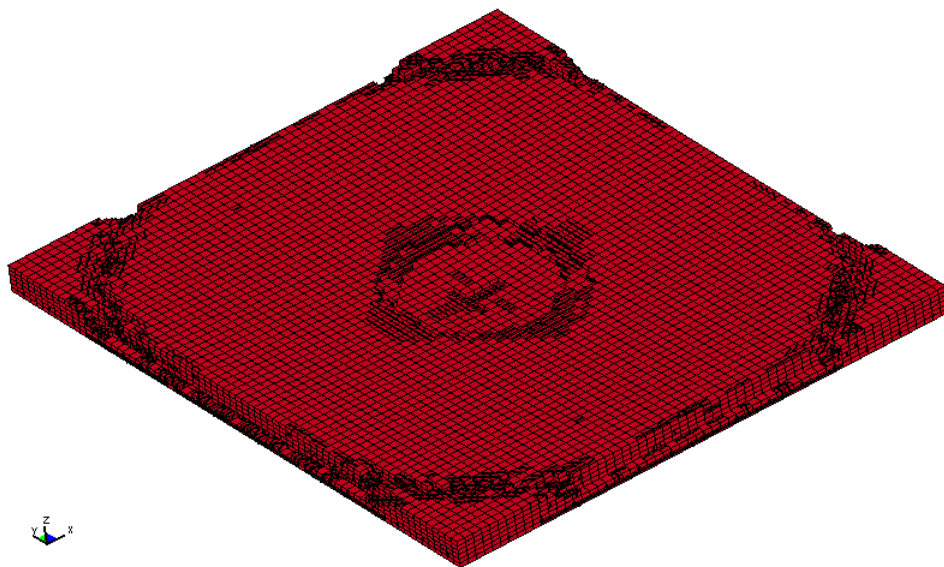


Fig 11 RC slab damage modes from 10 kg charge and distance 1.0m case